Discorso
Apologetico di
Paolo-Mattia Doria

VITT. EMANUELE III

FONDO PIZZOFALCONE

NAZIONALE
B. Prov.
VI
98
NAPOLI
BIBLIOTECA
VITT. EM. III

20 C 34

BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio I

Palchetto 9/15 C.

Num.° d' ordine 1

1041
2
16

~~131 13 56~~

B Pww

~~VI~~
~~103~~

VI 98

B 17

Digitized by Google

615930

DISCORSO APOLOGETICO

DI

PAOLO-MATTIA DORIA,

NEL QUALE SI DIMOSTRA

Ad ogni Uomo di buona mente, il quale di Geometria non fuſſe inteſo, che malgrado le oppoſizioni de' ſuoi Contrarj, e 'l ſilenzio degli altri Geometri, il Problema della Duplicazione del Cubo da eſſo ſciolto, ſuſſiſte immune, e libero da ogni vera, e ſuſſiſtente oppoſizione;

E dopò un breve ragionamento intorno alla nuova Geometria de' Moderni ſi propongono a i Signori Geometri alcune difficoltà intorno al modo, col quale eſſi deſcrivono le linee Curve, intorno al Problema della Triſezione dell' Angolo, e ſi propongono alcuni Problemi da riſolverſi.

BIBLIOTECA PROVINCIALE
NAPOLI

IN VENEZIA MDCCXXXV.

Con Licenza de' Superiori.

Digitized by Google

DISCORSO APOLOGETICO DI PAOLO-MATTIA DORIA.

QUANTUNQUE vero sia, che i buoni, e veri Filosofi non debbano del concetto del Volgo alcun conto tenere, ma che all' incontro debbano seguire l'esempio di quello, che, al dir di Livio, faceva Fabio Massimo, quando i Romani lo tacciavano di viltà per la prudente condotta, che usava contro Annibale, cioè: *Rumores Populorum non ponebat ante salutem*; con tutto ciò in quei casi, ne' quali si tratta di alcuna cosa, che può arrecar qualche taccia al proprio nome, io penso, che siamo obbligati a seguire quel Santo Adagio, cioè *Debitores sumus sapientibus, & insipientibus*. Quindi è, che riputando io, che sia delitto non solo di somma vergogna, ma anco d'iniquità quello di sostenere un suo errore in Geometria; ed all' incontro avendo io fin' ora fermamente sostenuto, che la mia duplicazione del Cubo sia vera, e ben dimostrata, ho pensato esser mio debito il far vedere anco a quelli, che di Geometria non intendono, che non vi è stato fin' ora chi abbia nella mia invenzione additato alcun' errore, e che se vi fusse stato chi mi avesse fatto alcuna sussistente opposizione, io sarei stato sempre pronto a ritrattarmi, portando io ferma opinione, che assai maggior vergogna mi avrebbe arrecato l' ostinarmi a difendere un' errore, che io avessi commesso in Geometria, che confessare di aver' errato in un Problema, nel

quale niun Mattematico non ſolo non ſi è recato a vergogna di errare, ma ha riputato a ſua gloria il ſolo averlo tentato. Tutto queſto, che ho detto, io lo dimoſtrerò a i non inteſi di Geometria con ragioni eſtrinſeche sì, ma così dimoſtrative, e convincenti, come ſono le dimoſtrazioni Geometriche, e non ſarà certamente inutile coſa il conſiderare in queſte mie eſtrinſeche dimoſtrazioni, come per Legge eterna della Divina Providenza la verità ſi ſviluppi da se medeſima dalle reti, che i men ſinceri Uomini le tendono per invilupparla, e come il reo di menzogna, ſenza ch' eſſo ſteſſo ſe ne avveda, manifeſti se ſteſſo, appunto come ha detto Lodovico Arioſto al principio del Canto ſeſto:

Miſer chi mal oprando ſi confida,
Ch' ogni or ſtar debbia il maleficio occulto;
Che quando ogni altro taccia, intorno grida
L'aria, e la terra ſteſſa, in ch' è ſepulto.
E Dio ſa ſpeſſo, che 'l peccato guida
Il peccator poi ch' alcun dì gli ha indultà,
Che ſe medeſmo, ſenza altrui richieſta,
Inavedutamente manifeſta.

Farem dunque chiaramente vedere con argomenti certi, ed indubitati, che la mia invenzione ſuſſiſte immune, e libera da ogni vera, e ſuſſiſtente oppoſizione, malgrado le ciancie, che col Volgo ha ſparſo alcuno de' mici Oppoſitori, e malgrado il poco oneſto ſilenzio, che sù della mia Invenzione fanno le intere Accademie, e gli altri Mattematici. Ed acciocche dalla mente di quelli, che Geometria non intendono, ſi dilegui quella volgare oppinione, che anno quaſi tutti gli Uomini, cioè, che nelle diſpute abbia ſempre il torto colui, che ſi oppone a i ſentimenti di una moltitudine, io narrerò in prima le paſſioni, che ardevano nell' animo di poco men che tutti i moderni Geometri, allora quando io pubblicai la mia Invenzione della Duplicazione del Cubo, e dimoſtrerò, che non potea agli Uomini di buona mente di Geometria non inteſi, recar meraviglia il vedere, che tutta la moltitudine de' moderni Mattematici ſi fuſſe alzata contro la mia novella Invenzione.

Andavano i Signori moderni Geometri sì fattamente faſtoſi

ſtoſi della nuova Geometria di Renato Des-Cartes, e degli altri metodi da eſſi inventati, che aveano moſſa una guerra implacabile a tutta la ſapienza degli antichi Geometri: Quindi ſi può conoſcere, con quanto diſprezzo doveſſe eſſer rimirata da quelli la mia Duplicazione del Cubo, in virtù della quale io dimoſtravo falſa, ed inſuſſiſtente tutta la Geometria di Renato, che profeſſavano i Signori Moderni; e quantunque io aveſſi dal mio partito la venerabile antichità, e fra' moderni ancora il Sapientiſſimo Franceſco Vieta, queſto a nulla poteva giovarmi contro il furore di una moltitudine ammutinata contro gli antichi, la quale ragionava di quelli Geometri in quella guiſa, che dice Tito Livio a riguardo del grande Aleſſandro, ove dice, che ſe Aleſſandro fuſſe venuto in Italia avrebbe ritrovato dodici Capitani d'eſſercito, o uguali o ſuperiori a lui nella virtù militare. Può dunque ogni uno immaginare quello, che mi avvenne al comparire della mia Opera. Narrerò ora in breve quello, che mi è avvenuto, a fine di far conoſcere anco a i non inteſi di Geometria per argomenti eſtrinſeci, che nella diſputa accadutami la ragione è dalla mia parte, e 'l torto è da quella de' miei Contrarj.

Quando l'anno 1714. pubblicai la mia novella Invenzione in Napoli, i Profeſſori di Geometria, ed alcuni altri dilettanti di quella ſcienza, come prevenuti di mente in contrario, la rimirarono con orrore, i primi l'andavano rappreſentando a i non inteſi di Geometria con deriſo, e con diſprezzo; i ſecondi all' incontro come uomini liberi più oneſtamente della mia invenzione ragionavano, ſempre però diſaprovandola; ma perche l'Autorità de i Profeſſori è troppo grande appò il Volgo ignaro, da ciò ne avvenne, che della mia Invenzione in Napoli da tutti con deriſo ſi ragionaſſe. Io allora piccato de i modi improprj, che meco praticavano i Profeſſori, coſtrinſi poi a darmi le loro oppoſizioni in iſcritto quei Signori Geometri, i nomi de' quali ſi leggono al Tomo primo delle mie Opere Mattematiche pag. 81. ſino alla pag. 96. ſtampato in Venezia l'anno 1722. ed a tutte le loro oppoſizioni concludentemente riſpoſi, facendo loro conoſcere, che due Profeſſori avevano errato a dirittura contro gli Elementi di Euclide, e che altri come prevenuti di mente non aveano ſeguita la mia ipoteſi.

Ma

Ma quì è da ammirarſi, come per ordinazione della Divina Providenza avviene, che quando la verità è aſſalita o dall' ignoranza, o dalla calunnia, ſempre a lungo andare il vero ſi manifeſta agli occhi di tutti, e trionfa dell' ignoranza, e della calunnia.

Eſſendomi veduto io inſultato nella guiſa, che poc' anzi ho detto, richieſi il Signor D. Antonio Monforte Uomo Sapientiſſimo nelle ſcienze Mattematiche, ed in tutte le altre, e quel che era più, Uomo libero, e celebre in tutta l'Europa per avere egli ſolo ſciolti quei difficiliſſimi Problemi, che dall' Accademia di Leydem erano ſtati propoſti, e da niuno fuorche da eſſo riſoluti, e celebre ancora per le altre ſue Opere pubblicate; richieſi, dicò, queſto grand' Uomo del ſuo giudicio, ed egli con una ſua lettera a me diretta, condannò le oppoſizioni de' miei Contrarj; diſſe eſpreſſamente, che i Profeſſori aveano errato contro gli Elementi, e che gli altri aveano errato per non aver ſeguita la mia ipoteſi, ed approvò eſpreſſamente la mia Invenzione. Queſta lettera del Monforte ſi legge alla pag. 97. dell' accennato Tomo primo delle mie Opere Mattematiche.

Or quì è da conſiderarſi, che queſta approvazione era già una manifeſta pruova della verità, che nella mia Invenzione ſi conteneva, e di ciò ne addurrò una pruova, che ſi ricava dalla Sentenza di un' Autore, del quale quantunque io non approvi molte altre ſue ſentenze, di queſta però parmi, che non ſi poſſa dubbitare, eſſendo a ragioni dimoſtrative appoggiata. Monſieur di Fontanel dice nel ſuo Trattato degli Oracoli, che nelle coſe nuove, e grandi fa più fede di verità un ſolo grand' Uomo, il quale approva, che un' intera moltitudine, che ſi oppone a quella, e ciò perche quello, che approva, non è offeſo da invidia, non è preoccupato da opinione contraria alla nuova Invenzione, ed alla perfine non è moſso ad approvare da altra paſſione, che da quella della giuſtizia, nè è capace d'errare per ignoranza, mentre è Uomo di conoſciuta ſapienza in Geometria; in vece che la moltitudine, che oppone, come preoccupata da contraria opinione, e deſideroſa di trovar falſa l'Invenzione dell' Autore, oppone ſenza fare maturo ſtudio alle dimoſtrazioni dell' Autore, e ſtraſcinata dal

deſi-

desiderio di trovar falsa la nuova Invenzione, si appiglia a quella sofistica, proprietà della quale è quella di far sì, che i Sofisti vogliano provare quel, che vogliono, non quel ch' è vero. Questa approvazione dunque del celebre Signor Monforte dovea persuadere a tutti i non intesi di Geometria, che la mia Invenzione insultata dalla moltitudine fusse vera, e sussistente.

Ma non così avvenne, come avrebbe dovuto essere, perche, oh vergogna del nostro Secolo! i Signori Professori avendo temuto di discreditare il loro nome con i loro discepoli, e con gli altri non intesi, se avessero confessato di aver' errato nelle loro opposizioni, e conoscendo, che non potevano tacciar d' ignoranza il Monforte, andarono pubblicando, che egli mi avea adulato, e nel medesimo tempo fecero le seconde opposizioni, senza però confessare di aver' errato nelle prime, che aveano fatte, ciocche è una pruova manifesta dell' errore che aveano commesso nelle prime, e della loro poca sincerità. Ma quel che in verità è cosa degna di far' orrore, trovarono i Professori in Napoli tanto credito appresso il Volgo, che il rumore contro di me, e contro il Monforte si accrebbe a dismisura. I Professori poi si collegarono con il Padre D.Guidon Grandi, il quale con sue lettere private, e poco costumate m'inviò le sue opposizioni, alle quali pure concludentemente io risposi, pregandolo di pubblicarle con le stampe, ciocchè egli non osò fare. Mi suscitò contro il nomato Padre Grandi l'Accademia di Lipsia, la quale fece nel suo giornale una ingiuriosa relazione della mia Invenzione; io però a questa risposi con certi miei Dialoghi, ne' quali insegnavo all'Accademia il modo, col quale si devono esaminare le Invenzioni Geometriche, e la pregai a fare formalmente, e seriamente le sue Opposizioni. Lipsia poi in appresso fece degli accennati miei Dialoghi una a me vantaggiosissima Relazione, perche sommamente li lodò, e promise di fare in appresso le sue opposizioni. Questi Dialoghi si leggono alla pag. 185. dell' accennato Tomo primo delle mie opere Mattematiche.

Ma che avvenne poi? Tutte le calunniose assertive contro il Monforte de i Professori miei Contrarj furon deluse da quello, che fece il Monforte nel punto della sua morte; imperciocchè avendo egli ordinato, che si stampasse la sua Astro-

no-

nomia, ordinò altresì, che si stampasse la lettera, con la quale egli la indirizza a me, e nella quale espressamente dice, ch'egli non avrebbe mai dedicata quell' Opera ad altri, che ad un' Uomo, come me, il quale avevo sciolto un sì alto Problema, come era quello della Duplicazione del Cubo. Ora se il punto della morte è punto di verità, parmi, che non si possa dubbitare, che il Monforte sia stato un vero approvatore della mia Opera, e che i Professori miei Contrarj avrebbero dovuto arrossirsi per le calunnie, che avevano sparso col Volgo.

Furono poi anco tacitamente dichiarate false le opposizioni de' miei Contrarj da quello, che fece in appresso la celebre Accademia di Lipsia; imperciocchè quella nel suo giornale mi fece le sue opposizioni, le quali perche furono tutte diverse da quelle de' miei Contrarj, fecero chiaramente conoscere, che di quelle de' miei Contrarj l'Accademia non ne avea tenuto alcun conto; ed in vero se quelle de' miei Contrarj fussero state sussistenti, quelle dell' Accademia di Lipsia sarebbero state superflue, dunque se l' Accademia ha stimato, che fusse necessario il far nuove opposizioni, non ha approvato quelle de' miei Contrarj. Alle objezioni però di Lipsia risposi pure concludentemente, e le accennate objezioni con le mie risposte si leggono all' accennato Tomo primo delle mie Opere Mattematiche vèrso il fine. Oltre a ciò avendo io in appresso pubblicato alcune mie considerazioni intorno alla natura, e l'essenza delle dimostrazioni generali Geometriche, &c. le quali si leggono alla pag. 3. del Tomo secondo delle mie Opere Mattematiche, la nomata Accademia fece vedere, che si era ravveduta del disprezzo, col quale avea prima della mia Invenzione ragionato, perche fece di quelle mie considerazioni una così seria relazione, che diede a divedere, quanta impressione aveano fatto nella mente di quelli Accademici le mie Dimostrazioni. Questa, che fin quì ho narrato, è in breve l'istoria di quello, che mi è accaduto con i miei primi Oppositori; ma perche le maliziose arti usate da i Professori miei Contrarj furono innumerabili, io le ho tutte distintamente narrate in una mia Opera manoscritta col titolo di *Apologia al nome del Signor Monforte*, la quale, a Dio piacendo, uscirà alla luce del Mondo. Or quì potrei far

passag-

paſſaggio alla breve narrazione di quello, che mi è avvenuto con altri miei Oppoſitori. Ma perche, nel mentre che ardeva queſta diſputa fra me, ed i miei Contrarj, vi fu una virtuoſiſſima Dama, la quale diede ſaggi tutt' ad un tempo di parzialità verſo di me, e di giuſtizia; ſaggi in vero degni, che s' imitaſſero da tutti quelli, che ſi laſciano ciecamente ſtraſcinare dalle aſſertive magiſtrali de' Profeſſori, io non poſſo ſenza far torto alla giuſtizia tralaſciar di narrare il ſeguente fatto accaduto.

La Signora D. Aurelia d'Eſte Ducheſſa di Limatola, Dama, alla quale riputai mio gran vanto di preſtare i miei più veri oſſequj in tutto il tempo, che viſſe, accoppiò così bene nella ſua mente l' amore della giuſtizia a quello della perfetta amicizia, che l' amicizia non la faceva mai da i dettami della giuſtizia dilungare, nè la giuſtizia intepidiva punto in lei il fervore dell' amicizia. Queſta gran Dama deſiderava ardentemente, che 'l Problema, che io aveva ſciolto fuſſe vero, e ſuſſiſtente, ma non voleva già difendere la mia Invenzione contro quei tali, che ingannati dalle aſſertive de' miei Contrarj, mi accuſavan di errore, e di oſtinazione nel mantenerlo, ſe prima da un Uomo, come il Monforte, non fuſſe ſtata aſſicurata della verità, che nella mia Invenzione ſi conteneva. Non poteva l' accennata gran Dama con altro modo renderſi certa, e ſicura della mia ragione, che con quello di rapportarſene all' atteſtato di un Uomo, come era il Monforte, ma più, e più volte mi diceva: Oh quanto mi diſpiace di non poſſedere la Geometria in modo, che io poteſſi di queſta diſputa giudicare, perche ſe in tal modo io la poſſedeſſi, ſarei fra i voſtri Contrarj la più fiera ſino a tanto però, che della voſtra ragione io ſuſſi rimaſta convinta. Udite ora quello, che fece queſta gran Dama. Avea ella inteſa la calunnia ſparſa da' miei Contrarj, cioè che il Monforte per adularmi avea contro la ſua propria ſentenza le mie dimoſtrazioni approvate; Onde penſò di fare interrogare il Monforte da una perſona autorevole, alla quale egli non aveſſe potuto naſcondere la verità. Quindi ella fece ricorſo al Signor D. Antonio Maggiocco ora degniſſimo ~~ora~~ Preſidente della Camera Reale: e Soggetto venerabile non ſolo per la vaſta ſapienza, che poſſiede, ma per

la ſincerità del ſuo animo, per la dolcezza de' ſuoi coſtumi, e per tutte le virtù, che lo adornano. A queſto dunque come a ſuo intimo Amico, Ella impoſe, che ſenza che io niente ne ſapeſſi, pregaſſe il Monforte di dire a lui ſinceramente, ſe egli approvava, o nò la mia Invenzione, perche nel caſo ch' egli ſolamente ne dubbitaſſe, ella ſi prometteva di farmi ritrarre dall' impegno, ſenza che mai io aveſſi ſaputo, che il Monforte avea appaleſato a lei ſola, ed al Signor Conſigliere D. Antonio i ſuoi veri ſentimenti; e pregò il nomato Signor Preſidente, che avvaloraſſe queſte ſue iſtanze al Monforte con quelle del Signor Duca D. Gaetano Argento: perſonaggio ben noto all' Europa tutta non ſolo per la gran dignità, che poſſedeva, ma per la ſua gran dottrina, e ſapienza in tutte le ſcienze. Fece dunque efficaciſſimamente il Signor D. Antonio al Signor Monforte l'iſtanza, che egli era ſtata raccomandata dal zelo di quella gran Dama; A queſto il Monforte riſpoſe, che in tanto egli aveva approvato la mia Invenzione, in quanto che con ſua maraviglia l' avea conoſciuta vera, e ſuſſiſtente, e che egli ancora avea ben prevedute tutte le Calunnie, che ed io, ed egli dovevamo ſoffrire, io per l' invenzione di un Problema così grande, qual' era il mio, ed egli per l' approvazione, che ne avea fatta; ma ch'egli di ciò non ſi dava alcuna briga, perche ſiputava più d' ogn' altra coſa la gloria, che naſce dalla ſincerità, e dalla fortezza dell' animo. Dopo queſta ſicura dichiarazione del Signor Monforte la virtuoſiſſima Signora Ducheſſa ceſsò di emendarmi, come prima avea ſempre fatto, tacciandomi di oſtinato nel voler mantenere le mie Invenzioni: ma non mai però mi diſſe, che quelle ſuſſero vere, e ſuſſiſtenti, perche non mai mi appaleſò quello, che avea fatto per iſchiarirſi della verità. All'incontro ſenza, che di ciò io niente ſapeſſi prendeva in tutte le Converſazioni con vigore, che andava ſino all' eccesſo, la mia difeſa contro quelli, che mi tacciavano di oſtinato nel mantenere un errore, ch' eſſi ingannati dagli accennati miei Contrarj credevano, che fuſſe nella mia Invenzione.

Al certo tutti quelli, che virtù ammirano, non poſſono tralaſciare di ammirare in queſto fatto la virtù di una Dama, la quale nel mentre, che profeſſava molta bontà verſo di

me,

me, non si lasciava però persuadere dalle mie assertive, ma in vece di ciò mi emendava, senza lasciar di desiderare, che io in quella acerba disputa avessi ragione, e tutt' ad un tempo senza lasciarsi vincere contro la giustizia da questo suo desiderio di parzialità verso di me. Oh quanto ben sarebbe, che i Discepoli de' Professori, quando non sono abili a distinguere in Geometria il vero dal falso, alle assertive magistrali de' loro Maestri rispondessero nel seguente modo:

Voi siete Professore, e perciò dubbito, che abbiate vergogna di confessare a i vostri discepoli gli errori, che forse avete commesso in Geometria, onde io non sono obbligato a credervi, se non mi fate vedere le approvazioni a questo che mi dite, di Mattematici rinomati per la loro sapienza, o di qualche Accademia. Ritorniamo ora doppo questa breve digressione a ragionare dell' ammirabile azzione della nomata Signora Ducchessa di Limatola.

Al certo la generosa, ed obligante difesa, che questa gran Dama prendeva di me contro i miei Oppositori, avrebbe potuto obbligarmi a dedicargli in appresso quella mia medesima Invenzione, ch'ella avea così ardentemente difesa; ma perche io prendevo vera cura della sua stima, non mai volli nomare la sua venerabile persona in alcuno di quei libri, ne' quali ragionavo della mia Invenzione, per non esporre il di lei nome, o agli scherzi, o alle calunnie de' miei adirati Oppositori. Ed all'incontro, perche io volevo, per quanto a me era possibile, manifestare al Mondo i suoi gran preggi di sapienza, e di virtù, a lei indirizai il libro dell' abilità, che hanno le Donne allo studio delle scienze, il quale era fin allora, ed è stato in appresso in tutto libero da ogni contesa.

Vi narrerò ora in breve quello, che mi accadde doppo la disputa con i miei primi Oppositori.

Io pubblicai, come vi ho già accennato, l'anno 1722. il Libro delle mie Opere Mattematiche, nel di cui primo Tomo vi si contiene la mia Duplicazione del Cubo dimostrata per lo metodo degl' indivisibili, e nel secondo vi si contiene di nuovo la Duplicazione del Cubo per quanto era possibile dimostrata per i soli Elementi di Euclide, e senza l'uso del metodo degl' Indivisibili, e ciò feci a fine di sodisfare ancora a quelli,

che 'l metodo degl' Indivisibili non intendevano, ma in qualunque modo, che il mio metodo si studiasse, sempre a mio credere, o in un modo, o nell' altro egli era dimostrato. Alla pubblicazione dell' accennato mio Libro tutti i Signori Geometri fecero silenzio sù della mia Duplicazione del Cubo, onde pensai, che il loro fine fusse stato quello di sepellir nell' oblio la mia novella Invenzione, a cagion che quella nuoceva a tutta la moderna Geometrica scienza, e perciò non tralasciai di richiedere con private mie lettere del loro sentimento i Signori Mattematici d'Europa; ma la maggior parte schivorono l'impegno, o non rispondendo alle mie richieste, o pure rispondendo cortesemente, senza impegnarsi a darne giudicio; Ebbi però il giudicio del dottissimo, e virtuosissimo Sig. Conte Fagnani, al quale risposi concludentemente. Ebbi quello d'un Professore il quale ha supplito alla renitenza, che tutti i Mattematici d'Europa avean mostrato di opporsi a me, perche egli ha fatto cinque oppositioni ogni una diversa dall' altra, nella qual cosa egli ha fatto ben comparire quanto ben intendesse la forza dell' unità, che regna nelle dimostrazioni Geometriche, in virtù della quale da' Geometri si conosce, che siccome in Geometria la verità è una, dell'istesso modo l'errore, che si contiene in una propositione, non può esser altro, che uno; ha fatto conoscere quanto sia la sua perizia in Geometria, perche in niuna delle sue objezioni ha mostrato d'intendere nemmen per sogno la mia Invenzione, e dalla sua prima opposizione se ne deduce per conseguenza la seguente bellissima Analogia, cioè che 3. sia a 6. come 1. è a 4. Le opposizioni di questi miei nuovi Oppositori insieme con quelle, che il Padre Grandi mi fece con sue private lettere, quando pubblicai la prima volta la mia Duplicazione del Cubo, si leggono nel Libro alla pag. 84. fino alla pag. 90. da me pubblicato l'anno 1730. col titolo *Duplicationis Cubi demonstratio, &c.* del quale ora narrerò in breve l'Istoria.

Continuava a molestarmi nell'animo l'importuno silenzio, che i Signori Moderni Mattematici facevano intorno alla mia Duplicazione del Cubo, e dicevo fra me stesso: può egli mai avvenire, che un Ceto venerabile, come appunto è quello de' Mattematici, il quale più che tutti gli altri profes-

di conoscer la verità, e di disciplinare le altrui menti nella cognizione di quella, sia poi così poco sincero nel confessarla, come egli si dà a divedere in questa mia Invenzione? Mi si appresentava alla mente la sentenza di S. Agostino nel *lib. de Agone Christi* riferita da S. Anselmo, e da molti altri Autori, cioè: *Qui veritatem occultat, & qui mendacium prodit, uterque reus est, ille, quia prodesse non vult, iste, quia nocere desiderat*; e ripetendo nella mia mente questa sentenza, dicevo fra me stesso: può egli mai essere, che la malnata invidia, che il rossore, che hanno gli Autori, di aver seguito una falsa dottrina Mattematica; che la renitenza, che hanno i Professori di aver insegnate false dottrine a i loro discepoli, debba nell'animo de' Mattematici sì fattamente prevalere all'amore verso la giustizia, al rimorso della loro propria coscienza, alla considerazione della vergogna, che appò i Posteri cagionerà la poca sincerità de i Mattematici de' nostri giorni, per modo tale che non si curino di passare appresso quelli per men che sinceri, purche in tempo di lor vita non perdano il concetto, che si hanno acquistato appò i meno intesi, per lo mezzo di vili leghe fra essi, fatte a fine di propagare fra i meno intesi le loro agevoli, e tutt'ad un tempo false e perniciose dottrine? Ed alla persine pieno di meraviglia, e di stupore fissai nella mia mente il concetto, che i Signori Moderni Mattematici vogliono bensì, che si cerchino que' Problemi, ch' essi han riputato impossibili, solamente perche essi non gli hanno sciolti, ma che non vogliono, che da altri si sciolgano; onde poi essendosi veduti da me in questa loro intenzione delusi, si fussero proposti per fine di sepellir nell'obblio la mia Invenzione, e che avessero ancora forse sperato che le ceneri di quella non avessero avuto da esser da i nostri Posteri ravvivate. Onde pensai di ricorrere ad una celebre, e dottissima Società, come è la Società Regia d'Inghilterra, acciò quella decidendo intorno al valore delle mie dimostrazioni, e delle opposizioni de' miei Contrarj, dissingannasse i meno intesi di Geometria e quelli ancora, che niente ne intendono, dalle false opinioni, che intorno alla mia Invenzione aveano sparse nel volgo i miei Contrarj.

Pensai ancora, che la Regia Società dovesse esser meno,

che

che le altre Accademie prevenuta di mente contro la mia Invenzione ; ed ecco le ragioni sù delle quali concepj nel mio animo queſta ſperanza . Sapevo , che la Regia Società venera i ſentimenti del celebre , e ſapientiſſimo Signore Cav: Iſacco Nevuton,e ſapevo altresì che'l Sign. Cavaliere Iſacco Nevuton avea dichiarato con ſincerità non ſolita a pratticarſi da certi Letterati di alcune altre nazioni , ch'egli non ſolo veneraava la dottrina di Galileo Galilei , ma che da quella avea preſo molto per le opere , ch'egli avea ſcritte . Or avvegna che la mia duplicazione del Cubo ſia tutta dedotta da i principij di Galileo , ſperai , che i Signori Aſſociati vedendo ſolamente il cardine , al quale ſi appoggiava la mia invenzione , aveſſero dovuto ſenza alcuna prevenzione di mente in contrario , eſattamente ſtudiarla , e perche ero certo delle mie dimoſtrazioni , ſperai , che come forti , aveſſero dovuta approvarle.

In appreſſo poi , ſi confermò tanto più in me queſta ſperanza , quando vidi nel Libro *de'Saggi di Filoſofia del Signor Cav: Iſacco Nevuton* , che'l Sig. Enrico Pemberton al principio della ſua Prefazione , atteſta , che'l Signor Cav: Iſacco Nevuton *ſi protestò ſempre un grande ammiratore del guſto , e del modo di dimoſtrar degli Antichi , e ch'egli condannava ſe ſteſſo per non ſeguirli più rigoroſamente di quel che faceva , e che il detto Cav: parlava con rincreſcimento del ſuo inganno al principio de' ſuoi ſtudj mattematici nell'applicarſi alle opere del Des Cartes , ed altri ſcrittori Algebraici , prima di aver conſiderato gli Elementi di Euclide , con quella attenzione , che merita un così eccellente Scrittore* . Ora perche la mia Invenzione è tale , che fà conoſcere quanto ſia non ſolo inutile, ma pernicioſo lo applicarſi all'Algebra , la vera , e buona Geometria degli Antichi traſcurando , ſperai , che la mia Invenzione aveſſe dovuto eſſer gradita dalla celebre , dottiſſima , e ſinceriſſima Regia Società d'Inghilterra ,

Scriſſi dunque al dottiſſimo Signor Paolo Roſſi dimorante nella Città di Londra , accioch'egli faceſſe per me iſtanza a quella Regia Società di prender l'aſſunto di giudicare intorno alla mia Invenzione . Egli mi riſpoſe , che l'Accademia avrebbe preſo l'aſſunto di darne giudicio, ma che era neceſſario, che io la traducteſſi in lingua latina per facilitarne a que'Sign. Aſſo-

ciati

ciati l'intelligenza : Aderj alla ſua richieſta, traducendola in lingua latina, col titolo : *Duplicationis Cubi demonſtratio, A Paulo Mathia Doria Inventore Celeberrimæ Regiæ Societatis Angliæ Cenſuræ expoſita, Hac latina editione maximoperè aucta. Venetiis anno* 1730., e con una lettera, che ſi legge al principio di queſto libro la indirizzai alla Regia Società, e nell' accennato libro feci ancora ſtampare le nuove objezioni, che avevo ricevute; ed acciocche la Regia Società aveſſe potuto interamente giudicare della mia opera, inviai al Signor Paolo Rolli gl' accennati due libri delle mie opere Mattematiche, acciò in quelle la Regia Società aveſſe anco potuto eſaminare le objezioni, che avevo avute da' primi miei Oppoſitori, e dalla celebre Accademia di Lipſia. Tutto queſto feci a fine che rimaneſſe nel Mondo iſchiarita la verità, e 'l volgo diſingannato del gran delitto, del quale i Profeſſori di Geometria appò quello mi accuſavano, cioè di effermi oſtinato a difendere una falſa Invenzione in Geometria, ciocche, a mio credere, avrebbe recato non poca taccia al mio nome.

Ma quello, che prego il mio Lettore di oſſervare in queſto nuovo libro da me pubblicato ſi è l' efficacia delle ragioni, con la quale nella lettera da me diretta alla Regia Società quella prego a muoverſi a far deciſiva ſentenza; imperciocche non ſolo in quella lettera la prego a decidere, ma con fortiſſime ragioni dedotte da' ſentimenti degli antichi Geometri, e dal ſettimo libro della Republica di Platone, le dimoſtro, che ſenza ripugnare all' autorità degli Antichi, l'Accademia non può aſtenerſi di publicare deciſiva ſentenza. Ma di più in quel libro doppo avere narrata la mia Invenzione, e le mie dimoſtrazioni alla pag. 47. fò nove petizioni, fra le quali altre riguardono la Geometria, altre riguardano il buon coſtume dalla ſincerità dipendente, col titolo, che ſi legge alla pag. 54. *Petitiones pertinentes ad Moralem*, ed in quelle dimando alla Regia Società *ſe un Geometra oppoſitore poſſa quando è ſtato ſodisfatto dall' Autore non dichiararſi ſodisfatto, ma in vece di ciò continuare a ſoſtenere le ſue oppoſizioni*; e nella nona nuova petizione dimando alla Regia Società; *ſe ſia lecito a i ſapienti, e ſinceri Geometri di celare la verità in Geometria per naſcondere gli errori commeſſi da tutti*

ti i Geometri, e poi concludo, che ſpero, *che la Regia Società debba infallibilmente decidere*. Al certo a me ſembra, che queſte efficaci maniere da me uſate per muover l'animo de' Signori Aſſociati a giudicar deciſivamente della mia Invenzione, facciano chiara fede della mia ſincerità, e della poca de' miei Contrarj, i quali ſe credeſſero d'aver la ragione dalla loro parte, avrebbero dovuto, come ho fatto io, ſupplicare la Regia Società a decidere per liberare il ceto de' Mattematici dalla taccia, che io li dò; cioè che i Profeſſori ſiano men che ſinceri con i loro diſcepoli, che gli Autori intorno alla nuova Geometria lo ſiano con i loro ſeguaci, e che gli altri Geometri ſiano rei o di vile timidezza, o di poca intelligenza nella Geometria; ed invero quei Geometri, che non han preſa parte nella diſputa, ſe avviene, che intendono le mie dimoſtrazioni non poſſono ſenza mancare alla verità tralaſciare di alzarſi contro quelli, che tentano di celarla agli occhi altrui; e i non inteſi di Geometria non avrebbero dovuto porſi dalla parte de i miei contrarj, dandoſi a divedere poco accorti conoſcitori delle arti malizioſe de' loro maeſtri. Narrerò ora quello, che mi è avvenuto con la Regia Società.

Il Signor Paolo Rolli preſentò in pubblica Accademia al celebre, e dottiſſimo Signor Preſidente Sloanes il mio libro della Duplicazione del Cubo ſcritto in lingua latina; ſi leſſe in pubblico la mia lettera diretta alla Regia Società, e il Signor Preſidente diede l'incombenza a otto de' più celebri Mattematici d'Europa di eſaminare la mia Invenzione, e poſcia di farne relazione alla Regia Società. I Signori Mattematici a me aſſegnati per Giudici furono i ſeguenti:

I Signori De Mojure, Dottor Halley.
Jones--Sterling--Hadley
Bradley--Robins--e Dott. Pemberton.

Il Signor Paolo Rolli con ſua lettera de' 13. Luglio 1731. mi avviſò queſto fatto, che io ricevei con ſomma allegrezza, perche penſai, che dopo l'approvazione di una celebre, e dottiſſima Regia Società, com'è quella d'Inghilterra, ognuno ſi ſarebbe vergognato di non ſeguire la mia Invenzione. Pari all'allegrezza, con la quale avevo l'accennata novella ricevuta, fu l'efficacia, con la quale per mezo di mie lettere ſcritte al Signor Paolo Rolli, io ſollecitai la deciſione.

Ma

Ma perche vedevo, che i Signori Giudici à me assegnati troppo tardavano a dare alla Regia Società il loro sentimento, mi risolsi di scrivere al Signor Presidente Sloanes una lettera pregandolo a sollecitare la desiderata decisione, alla quale il Segretario della Regia Società mi rispose del tenore seguente:

Viro Præclarissimo, Nobilissimoque Domino Paulo Mathiæ Doriæ Patricio Neapolitano &c. E Mortimer M. D. Secr. R. S.

S. P. D.

Literæ tuæ ad Societatem Regiam missæ per manus Illustrissimi Domini Præsidis Societati traditæ fuerunt; Socii ad Librum tuum perlegendum delegati rogabantur, ut sese convenirent, & sententiam proferrent, quod cum fecerint, eorum judicium tamquam opinionem singulorum Virorum haudquaquam pro judicio ex Societatis authoritate respicere oportet. Nam Societas Regia ipsa de talibus Inventis, vel ullis aliis communicatis numquam solet judicium facere, vel approbando, vel condemnando. Quandocumque Viri hi docti aliud declaraverint, tecum communicabitur. Illustrissimus Præses Dominus Sloane te salutat, tibi inserviendo in omnibus paratus, uti, & ego, qui cuncta tibi prospera opto. Vale,

Datum Londini Septembris 1732.

Rimasi attonito a questa sì fatta novella, perche non mi sembrava, che questa risoluzione della Regia Società di non decidere, fusse corrispondente al decreto, che avea fatto, quando a i Signori Esaminatori a me assegnati, avea ordinato, che facessero relazione della mia Invenzione alla Regia Società; onde io vedendo questo rifiuto risposi al Signor Segretario E Mortimer che la cagione, per la quale io avevo richiesta la decisione della Regia Società, era stata, perche avevo pensato, che con l'autorità venerabile di quella si sarebbe posto fine a tutte le dispute, ma che gli sentimenti de' privati, a i quali i miei Contrarj, e gli altri Mattematici non si

farebbero mai acquietati, non mi erano utili, nè neceſſarj, tanto più che per ciò che riguarda le approvazioni de'Privati, io avevo avuta quella del celebre, e dottiſſimo Sign. D. Antonio Monforte, alla ſtima del quale mi avrebbe paruto di far torto, ſe altre approvazioni de'privati io fuſſi andato cercando; ed aggiunſi poi in queſta lettera, che i miei Contrarj aveano dato ſaggio di non acquietarſi alle deciſioni de' privati, avendo rifiutata quella del nomato Signor Monforte. Il Signor Paolo Rolli preſentò queſta mia lettera al Signor Preſidente Sloanes, il quale perche è, ſecondo dicono tutti i Signori Ingleſi, un perſonaggio ſinceriſſimo, e giuſtiſſimo, diſse, come con altra ſua lettera mi ſcriſſe il Signor Paolo Rolli, che io avevo raggione di non volere ſentimenti de'privati.

Queſto, che ho narrato, è in breve quello, che mi è avvenuto nella richieſta, che ho fatto alla celebre Regia Società d' Inghilterra del ſuo ſentimento intorno alla mia Novella Invenzione, e queſto fatto da me narrato appariſce chiaro dalle lettere, che conſervo del Signor Paolo Rolli autenticate dalla riſpoſta fattami dalla Regia Società per lo mezzo del ſuo Secretario, da me interamente qui traſcritta. Ma acciocchè ſi veda, come per la divina Providenza il vero abbia in ſe la proprietà di ſvilupparſi da ſe ſteſſo dalle reti, nelle quali gli Uomini men che ſinceri, ed artificioſi tentano d'invilupparlo, io voglio riflettendo un pò sù de'fatti in queſta mia Diſputa accaduti, far conoſcere, che da qualunque Uomo di ſana mente, quantunque non inteſo di geometria, ſi può intendere, che in queſta diſputa la ragione è tutta dalla mia parte, e tutta contraria a i miei Oppoſitori.

Parmi di poter dire a gran ragione, che dovendoſi cõdannar del delitto d'oſtinazione in una materia geometrica, i miei Contrarj ſarebbero quelli, i quali da quegli Uomini, che hanno ſolamente il buon natural raziocinio, ſarebbero del delitto di poca ſincerità, è d'oſtinazione condannati, purche però i miei Giudici nõ fuſſero di quei tali Uomini, che regolano i loro giudizj da i giudizj della irragionevole, ed appaſſionata moltitudine. Ed invero ſe tal'uno ſolamente vedendo, che la moltitudine de' Mattematici ſi dà a divedere in apparenza a me contraria, in ſua mente diceſſe, che la mia Invenzione non può eſſer vera,

e ſuſ-

e ſuſſiſtente, io a quel tale riſponderei, che temo della ſalute della ſua anima, perche potrebbe avvenire, ch' egli conſiderando, che Mahometto ha più ſeguaci di Noſtro Signor Gieſù Criſto, ſi faceſſe Mahomettano. Cerchiamo dunque un Uomo per noſtro Giudice, privo bensì della ſcienza della Geometria, ma di buona, e retta Logica fornito, almeno nelle materie, che le coſe del Mondo riguardono, ed in particolare nella perizia d'iſcovrire ne' delitti i delinquenti.

Narra Cicerone nell'Orazione pro Roſcio, che quando in Roma un qualche delitto accadeva, Bruto ſolea dire: *Cui bono ille reus*, ciocche vale a dire, che quello è il reo, il quale dal delitto ricava, o almeno crede di ricavarne vantaggio. Eleggiamo dunque Bruto per Giudice fra me, e i miei Contrarj, e vediamo, come egli avrebbe ragionato per pronunciar la ſentenza condannando o i miei Contrarj, o me del grave delitto di negare una verità, la quale come appoggiata a dimoſtrazione geometrica non ſi può ignorar da' Geometri. Alcerto Bruto facendo ſeria rifleſſione al punto, che fra me, e i miei Contrarj ſi diſputa, ed a tuttocciocchè in queſta ſteſſa diſputa è accaduto, direbbe: qual motivo avrebbe mai queſt' Inventore della duplicazione del Cubo di oſtinarſi a difenderla, quando i ſuoi Contrarj gli aveſſero dimoſtrato alcun errore! Certamente niun ſavio, o luſinghiero motivo egli potrebbe avere di ſoſtenerla. Potrebbe egli forſe mai credere, che a lui recaſſe vergogna il non aver ſciolto il Problema della Duplicazione del Cubo: Problema, che niuno prima di lui ha mai potuto riſolvere? Certo, che nò, perche egli sà ben' il commune Adaggio cioè: *In magnis voluiſſe ſat eſt*; onde il ſolo averlo tentato a lui recarebbe gloria, e non vergogna; invece che non poca vergogna a lui recarebbe il ſoſtenerlo, quando alcuno de' ſuoi Oppoſitori lo aveſſe convinto d'errore; ond'è da crederſi, che ſe egli fuſſe ſtato convinto di errore, ſi ſarebbe acquietato alla dimoſtrazione de' ſuoi Contrarj. Ma inoltre il nome di queſt'uomo non è affatto oſcuro nella Litteraria Repubblica; imperciocchè le altre ſue opere lo rendono baſtantemente chiaro, in maniera che ſe egli non ha un deſio di gloria inſaziabile, ciocchè non credo, egli a buona ragione ſi può contentare del nome, che ha nella Litte-

raria Repubblica ; ma poscia supponiamo pure , continuarebbe a dir Bruto , ch'egli avesse questo insaziabile desio di gloria; potrebbe mai sperare , che i Mattematici riceveſſero per vera,e ſuſſiſtente una Invenzione,che fusse ſtata dimoſtrata falſa?Certo che nò , imperciocchè le Invenzioni della fatta di quelle della Duplicazione del Cubo i Mattematici patiſcono a confeſſarle per vere quando ſon ben dimoſtrate , or tanto meno i Mattematici vorrebbero riceverle per vere quando fuſſero falſe. Niun vantaggio dunque a lui arrecarebbe la ſua mal'inteſa oſtinazione in difendere una Invenzione geometrica , che fuſse mal dimoſtrata .

Ma potrebbe egli mai forſe avvenire, continuarebbe a dir Bruto , ch'egli fuſse sì fattamente di geometria ignaro , che non intendeſſe gli errori , che i Contrarj gli aveſsero additati ? Certo che nò ; imperciocchè nelle ſue opere di Filoſofia , di Morale , di Politica , egli ha dato ſaggi di poſsedere una Logica, che non poſſono aver quelli , che dalla Geometria non hanno dedotto quel carattere univerſale del vero , e del falſo, il quale poi fa sì che la mente volgendoſi a tutti i particolari diſtingua non ſolo nella Geometria , ma nelle coſe tutte il vero dal falſo, il vero dal dubbio . Ed invero egli di poſsedere queſto carattere ne ha dato ſaggi ben diſtinti nella ſua Logica , che ſi legge al principio della ſua Filoſofia ; dunque egli non può ignorare un' errore in Geometria , che altri gli aveſſe additato , mentre in Geometria non è poſſibile non conoſcere un errore, quando altri ce lo addita ; ed oltre a ciò fra le ſue opere vi ſi contiene una meccanica de' Corpi ſenſibili , e de'Corpi inſenſibili tutta geometricamente dimoſtrata , alla quale niun Mattematico ſi è oppoſto . Adunque direbbe Bruto , coſtui non è capace d'ignorare un ſuo errore in Geometria , che altri gli aveſſe additato , e non potrebbe poi ſperare di trarre alcun vantaggio dall'oſtinarſi a difenderlo,anzi ſarebbe certo di ricavarne non poca vergogna;in conſeguẽza deve crederſi,che ſe alcuno lo aveſſe di errore convinto , egli avrebbe fatto , come fece Giuſeppe Scaligero , il quale eſſendoſi luſingato di aver trovata la quadratura del cerchio , ammonito dal Padre Criſtofaro Clavio del ſuo errore , lo ringraziò, nè più fece parola della ſua Invenzione, e ſi conten-

tentò della fama, che a lui apportavano le altre ſue opere. Sì fattamente dunque in queſta Diſputa ragionarebbe Bruto, ſeguendo la ſua maſſima: *Cui bono, ille reus*, e mi avrebbe aſſoluto del grave delitto di ſoſtenere per vera, e ben dimoſtrata una Invenzione Geometrica, che in verità non lo fuſſe. Vediamo ora qual giudicio egli farebbe de' miei contrarj.

Certamente vedendo Bruto, che i miei Contrarj ſono o Profeſſori, i quali vivono con l'inſegnar le Mattematiche, o Autori, i quali hanno ripoſta la baſe della mole della lor gloria in quelle Invenzioni Mattematiche dalla nuova Geometria dipendenti, e le quali ſon quelle, che io fò veder falſe, ed inſuſſiſtenti; Bruto, dico, certamente direbbe, che i Profeſſori poſſono aver vergogna di confeſſare a i loro Diſcepoli gli errori, che hanno commeſſi nelle loro oppoſizioni, e poſſono anco avere vergogna di confeſſare a i loro Diſcepoli il delitto d'aver loro inſegnata una dottrina falſa, e perniciosa malgrado gli avvertimenti, che loro ha dati queſto Autore con la ſua Duplicazione del Cubo; dunque a i Profeſſori giova commettere il delitto di negare anco le verità, che ſi deducono dalle demoſtrazioni Geometriche. Si aggiunga a ciò, direbbe Bruto, che i Diſcepoli di sì fatti Maeſtri, come inſtrutti in una falſa Geometria, la quale non produce buona Logica, eſſendo incapaci d'intendere gli errori de' loro Maeſtri, ſono coſtretti, come ſi ſuol dire, a giurare *in verba Magiſtri*; onde ſi può credere, che i Profeſſori non temendo i rimproveri de' loro Diſcepoli, il delitto d'ingannarli agevolmente commettano. Gli Autori poi di coſe appartenenti alla nuova Geometria poſſono eſſer pure vinti dal roſſore di confeſſare falſe, ed inſuſſiſtenti tutte le loro Invenzioni; e queſti ceti di perſone, direbbe Bruto, ſono quelli, a i quali potrebbe eſſere di molto vantaggio il celare a i non inteſi di Geometria i loro errori; Imperciocche queſti ſono quelli, i quali vedendo di non potere più aſpirare al conſeguimento della gloria appò i Poſteri, poſſono nutrire nell'animo il malnato deſio di appigliarſi al partito di mantenere quella gloria, che ſi hanno appò i Moderni acquiſtata con le loro falſe Mattematiche dottrine, ed in queſta guiſa Bruto conoſcendo,

do, che lo usare poca sincerità giovarebbe a i miei Contrarj, e nuocerebbe a me, senz'altri argomenti condannarebbe del grave delitto d'ostinazione in Geometria i miei Contrarj, e me da quello assolverebbe. Ma vediamo ora, che direbbe Bruto riflettendo sù de' fatti accaduti in questa Disputa.

Al certo quando Bruto avesse veduto, che le opposizioni de'miei Contrarj erano tutte diverse l'una dall'altra, e che fra i secondi miei Contrarj uno fà cinque opposizioni ogn'una diversa dall'altra, Bruto avrebbe detto: o nella Geometria non v'è più l'unità di vero, ovver gli oppositori di questo Autore di Geometria non intendono; Imperciocche se in Geometria il vero è uno, l'errore è ancor uno; onde se nella Invenzione dell'Autore vi fusse stato errore tutti i suoi Oppositori avrebbero dovuto in quello incontrarsi, nè quel tale, che ha fatto cinque opposizioni può a buona ragione vantarsi d'intendere che cosa sia Geometria, mentre nelle sue opposizioni và di quà, e di là brancolando, senza mai dare nel segno. Al certo se Bruto fosse vissuto in tempo che avesse potuto leggere la Gerusalemme liberata di Torquato Tasso, avrebbe detto, ridendo, quei versi, che Goffredo dice nel canto 20. per incoraggire il suo Esercito a combattere contro un Esercito di gente collettizia, e mal' instrutta nell'esercizio delle armi:

Non sia, non sia tra voi temenza alcuna
In veder così grande Oste inimica:
Che discorde fra se mal si raguna,
E negli ordini suoi se stessa intrica

In questo modo dunque Bruto avrebbe delle loro discordi opposizioni giudicato; ma poscia quando avesse veduto la celebre Università di Lipsia opporsi all' Autore facendo nuove opposizioni, e senza far conto alcuno delle prime, senza più pensare ad argomenti di probabilità averebbe concluso: dunque le prime sono state giudicate false; imperciocche, se quelle de' primi Oppositori fussero state sussistenti, quelle di Lipsia sarebbero state superflue.

Rimaneva dunque a Bruto il giudicare intorno alle nuove opposizioni dell' Accademia di Lipsia, ed intorno a quelle de' nuovi Oppositori, ma egli ne avrebbe ben presto a favor dell' Autore giudicato, soltanto, ch' egli avesse veduto l'ar-

dito

dito ricorso, ch' egli ha fatto alla celebre, e dottissima Regia Società d'Inghilterra; imperciocche egli avrebbe detto, se la Regia Società ha assegnato all' Autore otto sapientissimi Giudici con espresso ordine di far relazione dell' Opera alla Regia Società, come doppo sedeci mesi di tempo, che hanno avuto i Giudici a studiarla, i Giudici ricusano di fare la relazione alla Società, e la Società se n'esce per l'uscio di dietro, dicendo, che in queste specie di Problemi la società non ha costume di giudicare? Questo è un segno manifesto, che avendo i Giudici ritrovate insussistenti le opposizioni, ed all' incontro non avendo essi potuto ritrovar errore nell'Invenzione, la Regia Società non ha voluto impegnarsi ad approvare, nè a disapprovare, ed all' incontro avrebbe desiderato, che senza poner niente a pericolo il suo decoro, i Giudici assegnati come particolari fussero andati ad uso de' Scettici facendo motivi all' Autore per vedere se potevano scuoprire nell' Invenzione qualche errore ch' essi non avevano ancora potuto ritrovarci.

Oltre a ciò avrebbe detto Bruto, se i Giudici assegnati all' Autore avessero ritrovato nell'Invenzione di quello un qualche errore, si avrebbero recato a gloria di appelesarlo alla Regia Società, e la Regia Società lo avrebbe appalesato al Mondo, sicura di ricever gli applausi di tutti i seguaci della nuova Geometria, fra i quali vi si numera una gran parte de' Signori Mattematici Inglesi. Se poi i Giudici avessero conosciuta sussistente una qualche obiezione de' Contrarj dell' Autore, avrebbero fatta relazione alla Regia Società, e poi avrebbero con una specie di deriso risposto all' Autore, ch' egli ha cercato il giudicio di una Regia Società in una cosa, ch'era già stata giudicata da i suoi Contrarj, e che l'Autore come Geometra facilmente avrebbe potuto intendere, e certamente avrebbe detto Bruto che la Società in niuno degli accennati due casi non avrebbe avuto timore di alcuna acerba risposta dell' Autore; imperciocche se l'Autore fosse stato così sciocco di rispondere ad una Regia Società, ch'egli stesso avea eletta per suo Giudice, egli sarebbe stato preso a disprezzo dalla Regia Società, e dalle altre Accademie d'Europa. All'incontro la Regia Società si sarebbe esposta a molto pericolo di ricever contradizioni, se avesse approvato l'Invenzione dell' Autore,

re, perche facendo quella conoscer falsa la moderna Geometria, la quale poco men che tutti i Moderni Geometri sono impegnati a sostenere, l'Accademia avea bisogno d'impegnarsi contro poco men che tutta la Republica de' moderni Mattematici, i quali fidandosi alla forza del numero, avrebbero forse osato di non acquietarsi alle decisioni venerabili della Regia Società, ciocchè non poteva fare l'Autore, il quale sarebbe stato solo contro tutti. Così dunque Bruto ancora ragionando dell'accadutomi con la Regia Società seguendo egli le norme della sua massima *cui bono ille reus*, avrebbe detto, che la Regia Società era quella, che traeva vantaggio dal non decidere, ed avrebbe concluso in sua mente, che tutti i Mattematici non ricevendo, e non seguendo l'Invenzione dell' Autore, usano verso quello una violenza men che propria della sincerità, che devono pratticare i Geometri; In questa guisa dunque, che abbiamo detto, avrebbe ragionato Bruto inconseguenza della sua massima *cui bono ille reus*, onde si dee concludere da quegli Uomini, che hanno solamente il naturale discorso, che la mia Invenzione camina in tutto libera da vere, e sussistenti opposizioni, ma che all' incontro a cagion della grandezza del Problema i Mattematici indifferenti temono, come si suol dire che *lateat anguis in herba*, e perciò non si arrischiano ad approvare, nè a seguire la mia Invenzione, e gli altri, che hanno interesse, che la mia Invenzione non sia sussistente, s'ingegnano con arti men che sincere di rappresentarla per falsa a quelli, i quali o affatto non sono intesi, o almeno nõ sono ben'intesi di Geometria; e questo, che ho narrato, è il vero stato della mia Invenzione della Duplicazione del Cubo. Voglio ora con due assai vive similitudini da me già nelle altre mie opere riferite far con viva immagine conoscere quello, ch'è accaduto in questa mia Invenzione, e lo stato presente, nel quale ella si trova nella mente de' Mattematici.

La Regia Società d'Inghilterra si è regolata con quell' istessa prudenza, con cui il Senato Romano si governava ne' casi, ne' quali qualche cosa accadeva valevole a disturbare la Republica.

Narra Plutarco nella Vita di Numa Pompilio verso il fine,

ne, che a cagione di una inondazione s'infranse l'Arca di Numa, dopo che eran già scorsi quattrocento anni dalla morte di quello, e che essendosi in quella ritrovati dodeci libri, che trattavano *de Jure Pontificio*, ed altri dodeci in lingua greca: *De Disciplina Sapientiæ*, Petilio Pretore in quel tempo consigliò al Senato, che non li pubblicasse, anzi che li facesse abbruciare, acciò non si facessero noti alla Moltitudine; e non per altra ragione s' indusse Petilio a dare al Senato questo consiglio, se non perche vedendo egli, che i costumi de' popoli nel corso di sì lungo tempo eran tutti mutati, credeva esser lo stesso, che turbar la Republica lo appalesare a Popoli quelle virtuose leggi di Religione, e di Sapienza, le quali mercè la mutazione de' costumi, non eran più capaci di seguire. Le seguenti sono le parole di Plutarco: *Non videri sibi neque fas, neque pium, ut quæ in libris scripta sunt, audiantur a multitudine; proindeque delatos illos in comitium igni tradidisse*.

Per l' istessa cagione, a mio credere, avendo veduto la Sapientissima Regia Società d' Inghilterra, che la mia Invenzione mostrava vana, ed insussistente tutta la moderna Geometria; ed avendo altresì considerato, che i Signori Geometri d'Inghilterra non solo avevan seguita l'Algebra, e le Costruzioni di Renato, ma che ne avevano conteso a i Francesi il preggio dell' Invenzione, avendo preteso, che quella fusse stata Invenzione del loro Ariot imitando il consiglio di Petilio Pretore, non ha voluto giudicare sù della mia Invenzione.

La seguente similitudine poi è assai valevole a spiegar con sensibile imagine l'errore, nel quale sono caduti i Moderni Geometri lasciandosi ingannare dalle Sofistiche apparenti ragioni di Renato Des-Cartes; e questa similitudine si ricava da un fatto accaduto nella Slesia, e riferito da Monsieur di Fontenel, e da altri Autori.

Un malizioso Padre sparse nella Slesia, che un suo Bambino era nato con un Dente d' oro, andarono tutti i Letterati a riconoscer quel gran prodiggio, indi si posero tutti nell' impegno di spiegare in Fisica la cagione di quel portentoso Dente; subbito si pubblicarono molte Dissertazioni intorno a quel fatto, e molte contese accaddero sù di quello; nel-

l' ultimo poi si fece una raccolta di tutte quelle Dissertazioni, e s'impresse il libro col titolo: *De Dente Aureo*. Andò un Orefice per sua curiosità a vedere quel Dente, ch' era cagione di tante contese, e ritrovò, che quel Dente era d'osso, ma che 'l malizioso Padre lo aveva coperto con una foglia d' oro artificiosamente all' osso sovraposta. Il malizioso Padre de' Signori Geometri Moderni è stato Renato, il quale ha detto, che la sua Geometria era d'oro, quando in vero era d' osso indorato. Gl' incauti Geometri, che hanno creduto a Renato sono simili a gl' incauti Letterati della Slesia, i quali hanno fatto le Dissertazioni intorno alla cagione del Dente d' oro, e mi sia pur lecito dirlo, io sono a guisa di quell' Orefice, il quale ha iscoverto, che il Dente era d' osso.

Ma ritorniamo di nuovo al giudicio di Bruto. Supponiamo, che fra quei Letterati, i quali avevano fatto le Dissertazioni su 'l Dente d'oro, ve ne fusse stato uno, il quale avendo scritta la più meschina di tutte le Dissertazioni, non si fusse poi vergognato a tornare a scrivere, che il Dente era d' oro, senza addurre nuove ragioni di questa sua temeraria assertiva. A qual pena sarebbe mai questo tale stato condannato da Bruto? Certamente egli sarebbe stato condannato a quella, a cui le Leggi condannano gl' Impostori; o almeno Bruto lo avrebbe condannato ad astenersi di fare la Professione di Filosofo, di Mattematico, e di Uomo di lettere. Io non sò se alcuno de' miei Oppositori doppo aver veduto, che le sue opposizioni sono state tacitamente rifiutate dalla Regia Società d' Inghilterra, e da ogni buon Mattematico, abbia poi continuato ad asserire o in voce, o in iscritto, che le Curve, da me contese, abbino esattamente quelle proprietà, che Renato, contro la sentenza di tutti gli Antichi Geometri, ha a quelle arditamente assegnato, io non credo in vero, che vi sia stato un Geometra onorato, il quale abbia potuto darsi a divedere al Mondo cotanto ardito nel sostenere i suoi errori; ma perche tal volta avviene, che alcuno non si vergogni di perdere la stima appò i Sapienti, e che niente si curi della fama appò i Posteri, purche mantenga quella, che con arti poco proprie di vero Sapiente, ha acqui-

quiſtato appò il Volgo, io non poſſo tralaſciar di dire, che ſe mai queſt' ardito Uomo ci fuſſe ſtato, egli ſarebbe degno, che ogni onorato Geometra con diſprezzo lo rimiraſſe.

Parmi, ſe non erro, che queſto mio diſcorſo ſia affatto valevole a perſuadere a tutti gli Uomini di buona mente, quantunque di Geometria non inteſi, che la mia Invenzione è vera, e ben dimoſtrata, e che ſolamente l' Invidia, il roſſore degli errori commeſſi da Mattematici, il particolare intereſſe, che hanno gli Autori di ſepellirla nell' obblio, il timore, che hanno gl' indifferenti di prender brighe, ſe ſi dichiaraſſero dal mio partito, ſono le cagioni, per le quali i Signori Mattematici ſi moſtrano renitenti ad approvare, ed a ſeguire la mia Duplicazione del Cubo. Voglio però ora far l'ultima pruova della loro ſincerità, e della loro Sapienza; ed ecco come:

Io penſo, che forſe non abbia a i Signori Mattematici piacciuto, che un Problema così grande, com' è il mio, e che nuoce tanto alla Moderna Mattematica, quanto ho detto in queſto Diſcorſo, io lo abbia eſpoſto da Maeſtro ſenza prima eſporne il Progetto per ſentirne i loro ſentimenti, onde poi abbino prima riſoluto di tentare di farlo conoſcer falſo; e poſcia avendo conoſciuto vano il loro attentato abbino riſoluto, facendo ſilenzio, di ſepellirlo nell' obblio. Ora per porgere rimedio a queſto mio errore, io ho riſoluto di prendere la figura di diſcepolo di tutti i Signori Mattematici, facendo loro alcune dimande prima intorno alla mia Invenzione della Duplicazione del Cubo, poſcia intorno alla Triſezione dell'Angolo fatta da Renato, ed intorno ad alcune altre materie riguardanti la Geometria, ed in queſta guiſa facendo, io ſpero che i Signori Geometri debbano rompere il mal proprio ſilenzio, che uſano a riguardo della mia Invenzione. Perche ſe in vero alle accennate mie dimande non ſodisfaceſſero, confirmarebbero in tutto quelle accuſe, che a i Signori Geometri ho date in queſto mio Apologetico Diſcorſo. Divenuto Io dunque già umil Diſcepolo di tutti, prego tutti di ſodisfare alle dimande, che ſi leggono doppo il ſeguente breve ragionamento intorno alla natura, ed eſſenza della vera Geometria.

BREVE RAGIONAMENTO

Intorno alla natura, ed eſſenza della vera Geometria.

Quando con profondo giudizio ſi conſidera qual ſia la natura, e l'eſſenza della vera Sapienza, e quali ſiano le paſſioni, che aſſaliſcono l'anima umana nel primo momento, ch'ella entra nel corpo per informarlo, ceſſar deve tutta la meraviglia, che deſta nell' animo de'Sapienti il vederſi, che anco gli uomini di lettere a guiſa di una cieca moltitudine, laſciandoſi allettare dal facile pernicioſo, all'amor dell'acquiſto della vera, ed utile ſapienza volgono agevolmente le ſpalle.

Quando l'Anima umana ricca, ſecondo Platone, per ſua eterna natura dell'eterne idee del vero, e del buono, e partecipante della Divina ſapienza, entra nel corpo per informarlo, il diletto, che ſente dal movimento de' ſenſi fa sì, ch' ella abborriſca quell' aſtrazione da i ſenſi, per il ſolo mezzo della quale ella può in ſe le riminiſcenze della ſua innata ſapienza iſvegliare; ma perche le idee del vero, e l'amor verſo quello non ſi poſſono mai in tutto ſcancellare dall'anima, da ciò ne avviene, ch' ella ami tutt'ad un tempo l'acquiſto della ſapienza, e che abborriſca il mezzo della ben ordinata aſtrazione, che ſola può a quella inalzarla, e queſta è appunto la cagione, per la quale i Filoſofi per propagare fra gli Uomini le virtù morali, o almeno una ſpecie di ſapienza, hanno ſtudiati molti modi d'inſegnare la virtù con diletto.

La Poeſia, la quale porgendo ſotto il diletto della finzione, e della favola le maſſime ſalutari delle virtù più eminenti, diletta l'immaginazione ſenza ſtancar l'intelletto, è uno de' mez-

mezzi più oneſti, ed utili, che i ſaggi Filoſofi hanno penſato per ſpargere nel Popolo le maſſime di virtù; e quantunque Platone l'abbia sbandita dalla ſua Repubblica, io però penſo, ch'egli abbia ne' ſuoi Dialoghi imitati i Poeti, e che intanto abbia sbandita dalla ſua Repubblica la Poeſia, in quanto, che ci volea dar l'idea di una Repubblica, nella quale i Cittadini fuſſero tutti ragione pura, ed in tutto privi d'immaginazione, e di fantaſia. I virtuoſi Romanſi ſervono ancora molto per ſpargere con diletto nel Popolo le maſſime di virtù; Le Satire, le Comedie giovano, perche fanno sì, che i Popoli abborriſcano i vizj vedendoli sù la Scena derisi; Le Tragedie giovano a riempir l'animo di ſpirito eroico: Gl' Inni, i Salmi, e le altre Sacre Poeſie ſvegliano nell'animo il fortunato amor verſo Dio; la Critica iſtorica è utiliſſima perche libera i fatti illuſtri de' noſtri maggiori da quell'oblio, nel quale li ſeppelirebbe l'ignoranza: la Rettorica ancora rende colta, e civile la Repubblica; le belle arti, come ſono la ſcoltura l'architettura, la pittura la rendono magnifica, e piacevole, ed alla perfine tutti gli accennati modi d'inſegnar la virtù con diletto, che io chiamo modi obliqui d'inſegnare, ſono a mio credere utiliſſimi per fecondare nelle Repubbliche i ſemi delle virtù, che ſono in noi, e ſono utiliſſime ancora le belle arti, che dalle particolari diſcipline ſi deducono.

Ma non poſſo però tralaſciar di dire, che gli accennati modi obliqui d'inſegnare la virtù, divengono alle Repubbliche pernicioſi allora quando gli uomini a quelli sì fattamente ſi abbandonano, che sbandiſcono dalla Repubblica lo ſtudio della ſapienza diretta, la quale è quella, che inalza l'intelletto a cercare la ſapienza, e le virtù nella lor prima origine a fine di conoſcere non per relazione, ma con dimoſtrazione la vera natura, e la vera eſſenza delle virtù. Queſta ſapienza diretta è la Metafiſica, e la Metafiſica è quella ſcienza, nella quale la mente vedendo in Dio l'origine di se ſteſsa, e le origini delle virtù, e quelle delle ſenſibili forme, ella ſi rende abile a formare gli ordini, e le leggi delle Repubbliche, le quali devono eſser corollarj della Metafiſica. Ed alcerto io non credo, che dalle Poeſie, che da i Romanſi, e dagli altri modi obliqui d'inſegnar la ſapienza, ſi poſsa dedurre l'uomo Legislatore, e

ciò

ciò perche ne i modi obliqui d'insegnar le virtù, come sono le Poesie, ed i Romansi, e gli altri, che abbiam narrati, s'insegnano bensì massime particolari di sapienza, di virtù, ed anche delle proprietà particolari delle Arti; ma perche quelle massime la mente non le deduce dagli universali, dalli quali quelle discendono, la Mente in questo modo obliquo d'insegnare non vede le verità con dimostrazione, onde non ne può mai acquistare quella vera sapienza, la quale consiste nell'intender le cose per le sue vere, e prime cagioni, invece che dalla sapienza diretta, la quale, come abbiam detto, è la Metafisica, la Mente acquista la vera sapienza, perche nella Metafisica ella ravvisa in Dio, come in un specchio, le origini, e l'essenze delle cose da Dio prodotte, onde poi il saggio Filosofo Metafisico, il quale le origini, e l'essenze delle virtù conosce, sà formar quelle leggi particolari di Morale virtù, e quegli ordini, con i quali si devono governar le Repubbliche. Alla perfine bisogna concludere quello, che saggiamente dice Platone, cioè che le virtù sono sorelle, le quali l'una all'altra non ripugnano, e che solamente i vizj sono quelli, che ripugnano alla virtù. Ora da questa massima di Platone uopo è dedurne, ch' è giovevol cosa lo spargere nel Popolo per mezzo dello studio obliquo, e dilettevole le massime di virtù, ma che non bisogna mai trascurare lo studio della sapienza diretta, cioè della Metafisica, perche se quella si trascurasse, la Repubblica sarebbe a guisa di una Nave, nella quale il Capitano cercasse d'istruire i Marinari con massime particolari di marinaresca scienza imparate a memoria, e nello stesso tempo pretendesse di far camminare diritta la Nave senza il Pilota, il quale è quello, che intende con dimostrazione, e per i suoi principj l'arte nautica, e che perciò dee ordinare a i Timonieri il luogo, verso il quale devono indirizare la prora del Vascello, ed agli Marinari le operazioni, che devono fare nelle vele, e nelle sarti. Così dunque si conclude, che le belle lettere, come sono le Poesie, i Romansi, la critica istorica, e le altre producono nella Repubblica il bello, ma che all'incontro la scienza rigida, e severa, come appunto è la Metafisica produce nella Repubblica il buono, dalla qual cosa poi ne avviene, che se le belle lettere camminan di pari cõ la sapienza, la Repubblica ne diviene buona, e bella; ma se all'incon-

tro

tro le belle lettere camminano sole, la Republica rimane adorna d'un falso bello, e tutt'ad un tempo priva del vero buono. Potrei quì addurre l'esempio di tutte le Repubbliche, e di tutti gl' Imperj, i quali fin che han seguito quel buono austero, che nella rigida sapienza consiste, sono stati formidabili a tutte le nazioni, ma quando poi troppo invaghiti del bello delle belle lettere han perduto il buono, si sono di vizj riempite, e sono divenute preda delle incolte, e barbare Nazioni. Ma ad altro tempo, ed in altro ragionamento riserbo il dilungarmi sù di questa materia, basta a me lo avere accennato, quanto importi al ben del Pubblico il coltivare la vera, e dimostrativa sapienza, perche è mia intenzione di dimostrare, che chi guasta lo studio della Geometria, guasta, e corrompe quello della Metafisica, e con quello distrugge quella verace sapienza, che abbiam dimostrato esser necessario al ben del Pubblico. Dimostraremo ora, come la conoscenza della vera Metafisica unicamente dipenda da quello della vera Geometria.

La Metafisica è una scienza in tutto astratta da i sensi, ed è, come abbiam detto, la Sapienza diretta; dunque la Metafisica non si può con mezzi obliqui imparare; ma s'è così, uopo è pensare una Logica, la quale con ben ordinato metodo di discorso accostumi la mente a ragionare con metodo di astratta dimostrazione nell' ogetto delle verità astratte, e puramente intelligibili. Quale sarà dunque questa Logica? Questa Logica non è altra, che la Geometria studiata in modo, che produca nella mente quel raziocinio astratto, e ben ordinato, in virtù del quale ella possa vedere nella Metafisica le verità puramente intelligibili; ed ecco come:

Egli è certissimo, che la Geometria, cioè gli Elementi d' Euclide disciplinano la mente umana in un certo abito di ragionare in concreto, e tutt' ad un tempo nel raziocinio astratto, e Metafisico, imperciocche essendo la Geometria l' arte di considerare in astratto la quantità, ella è la Metafisica della quantità, e come tale ella disciplina la mente nel raziocinio astratto, e Metafisico; ma egli è vero altresì, che quest' arte d' insegnare la Geometria in modo, che produca nella mente Logica astratta, e Metafisica, la conobbe-

ro gli Antichi Geometri, e per quelch' io vedo, i Moderni non l' hanno conoſciuta, perche hanno uſato modi di ſtudiarla, i quali ſono direttamente oppoſti al modo di dedurre dalla Geometria Logica aſtratta, e Metafiſica.

Platone negli Epinomi ci ha dato un' idea della natura, e dell' eſſenze di queſta Geometria aſtratta, per lo mezzo della quale può alcender la Mente alla contemplazione delle verità Metafiſiche, e puramente intelligibili. Voglio ora queſta Sentenza di Platone narrare, ma prima di narrarla uopo è, che io mi proteſti con i Critici Iſtorici, e dica, che quando io conſidero le ſentenze di Platone, le conſidero da Metafiſico, e non da Critico Iſtorico, e ſe le trovo conformi alla ragione, non mi dò briga di eſaminare ſe quelle ſentenze ſian di Platone, o d' altri. Ho detto queſto, perche aſſerendo i Critici, che 'l Dialogo degli Epinomi ſia di altro Autore, e non di Platone, ſi ſappia, che io non voglio con i Critici prender briga; potrei dire bensì, che l' iſteſſi Critici in tanto dicono, che il Dialogo degli Epinomi è di altro Autore, in quanto che eſſi vedono, che l' Autor degli Epinomi dice quelle ſteſſe coſe, che Platone ha detto nel ſettimo Dialogo, e negli altri Dialoghi della Repubblica, ed in alcuni altri Dialoghi delle Leggi, onde ſempre il libro degli Epinomi ſi può riputare libro, nel quale ſi racchiudono in epilogo i ſentimenti di Platone. Mi prenderò dunque la libertà di attribuire a Platone l' ingegnoſiſſima, ed utiliſſima ſentenza, che intorno alla Geometria aſtratta ſi legge negli Epinomi.

L' accennata ſentenza di Platone io l' ho riferita alla pag. 110. del mio Libro *Duplicationis Cubi demonſtratio, &c.* diretto alla Regia Società d' Inghilterra; con tutto ciò voglio quì di bel nuovo riferirla, a fine di far vedere quale era, ſecondo Platone, la Geometria aſtratta, la quale inalza la Mente alla Metafiſica. Platone dice negli Epinomi: *Quo circa doctrinis, quæ Mathematicæ appellantur, opus eſt primo vero ac maxime numeris, non iis dico numeris, qui corpus habent, ſed qui omnem paris, imparisve generationem, atque virtutem, quam ad perficiendam, cognoſcendamque rerum naturam conferunt.* Ora quelle parole *non iis dico numeris,*

qui

qui corpus habent, altra cosa non significa, se non che ne i numeri noi non dobbiamo considerare la proprietà, che hanno a riguardo de' calcoli, che si praticano nell' Aritmetica volgare, ma che dobbiamo in quelli considerare le proprietà de' numeri, le quali considerate in astratto rappresentano alla mente con una specie d' immagine astratta l' intima natura, e l'origine delle cose. Ed in vero queste parole; cioè: *Quam ad perficiendam cognoscendamque rerum naturam conferunt*, mostrano chiaramente, che Platone voleva, che ne i numeri noi consideraſſimo le proprietà astratte delle cose, dalla qual cosa poi se ne deduce, che quei numeri, che al dir di Platone *corpus habent*, spiegano, che allora i numeri li prendiamo come corpi, quando in quelli consideriamo solamente le proprietà sensibili, che sono ne' calcoli aritmetici volgari; ed in vero vediamo, che Platone, il quale è in tutto seguace di Pitagora, de' numeri si serve per spiegare la natura delle cose astratte, e metafisiche.

Siegue poi Platone a spiegare nelle seguenti parole l' effetto, che nella Geometria fanno i numeri considerati come linee, e le linee come numeri, ciocche vale a dire l' arte di considerare in astratto le linee, e i numeri.

Quibus perceptis illa deincèps, quam ridiculè Geometriam appellant dicenda est. Numerorum verò inter se natura dissimilium similitudo ad planorum partem relata clarescit. Quod quidem non humanum, sed divinum miraculum, si quis plane intelligat, videatur oportet. Post hanc numeri, qui in tres usque dimentiones adaucti sunt naturæ solidæ similes, ac rursus dissimiles, alia quadam arte Stereometria videlicèt huic simili, considerandi sunt: Sed hanc quoque, qui in ea obiter versati sunt Geometriam nominaverunt.

Ora quelle parole: *quibus perceptis illa deincèps, quam ridiculè Geometriam appellant, dicenda est*, altra cosa non significa, a mio credere, se non che devesi nominar ridicola quella certa specie di Geometria, nella quale la mente considerando solamente in concreto, e non in astratto le proprietà delle linee, e de' numeri, dalla Geometria ne deduce solamente un certo abito di ragionare, in virtù del quale solo la mente non ascende alla cognizione delle origini, e dell'

eſſenze delle proprietà delle linee, e de' numeri. Platone poi nelle ſeguenti parole adduce l'eſempio di queſta aſtratta Geometria, ch' egli reputa ſola vera Geometria, perche fà conoſcere, che conſiderandoſi in aſtratto le proprietà delle linee, e quelle de' numeri, la mente giunge a ſpiegare con le linee la potenza de' ſolidi, e de' ſopraſolidi, e quella delle lor radici razionali, ed irrazionali, ciocche egli chiama coſa divina. Alle pag. 110., e 111. dell' accennato noſtro Libro *Duplicationis Cubi demonſtratio, &c.* abbiamo fatto vedere, che la noſtra Duplicazione del Cubo è dedotta appunto da queſto miſtero di numeri, e di linee, che Platone addita negli Epinomi.

Noi abbiamo poi aſſai ampiamente nel Tomo ſecondo della Difeſa della Metafiſica degli Antichi contro il Signor Gio: Locke alla pag. 35. ſpiegato, a mio credere, con modo non da altri ancora uſato, le proprietà aſtratte, e le concrete, che ſi devono conſiderare ne' numeri, e nel Tom. 2. dell' iſteſſo Libro dalla pag. 73. ſino alla 82. abbiamo in breve le iſteſſe proprietà accennate; così dunque è certiſſimo, che la parte più nobile, e più importante della Geometria, e dell' Aritmetica, è quella di conſiderare in aſtratto le proprietà delle linee, e quelle de' numeri, per poi dedurne una Logica aſtratta, e dimoſtrativa, valevole ad inalzare la mente umana al gran vantaggio di conoſcere con dimoſtrazione l'eſiſtenza, e l'eſſenza delle verità Metafiſiche aſtratte, e puramente intelligibili.

Queſta Logica, che ſi deve deſiderare (ſiami lecito dire ſenza incorrere nella taccia di Uomo vano di ſe medeſimo) penſo di averla fatta io nelle mie nozioni di Logica, le quali ſi leggono al principio della mia Metafiſica; il modo poi col quale io l' ho dedotta da Euclide, è quello delle reminiſcenze della mente intorno a quel, ch' eſſa ha fatto, quando ha ſtudiati gli Elementi di Euclide, e delle rifleſſioni, che sù di Euclide ha fatte. Di queſte conſiderazioni io ne ho fatto un' intero trattato; ma perche i nuovi metodi oppoſti a' fallaci de' Signori Moderni, troppo i Signori Moderni diſguſtano, io mi aſtẽgo di pubblicarlo. Ne ho dato però un buon ſaggio nel Cap. 3., e 4. Tom. 2. del mio Libro intitolato: *La Difeſa della Metafiſica*

ſica degli Antichi contro il Signor Gio: Locke, perche ne' nomati Capitoli ho inſegnato il modo, come la Geometria ſveglia nella mente gli eſempj dell' eſſenze puramente intelligibili, e come da Euclide ſe ne poſſa dedurre una Logica, la quale conduca nella Metafiſica alla conoſcenza del vero. Ma le particolari Conſiderazioni Geometriche, Logiche, e Metafiſiche da me fatte sù degli Elementi d'Euclide non le ho narrate negli accennati Capitoli per la cagione da me già detta. Vogliamo ora per conſeguenza di queſte maſſime di Logica di Geometria, e di Metafiſica da noi ſpiegate far chiaramente vedere quanto Renato Des-Cartes abbia guaſta, e corrotta la Geometria, ed in conſeguenza di ciò deformata la Logica, e la Metafiſica.

Eſame della nuova Geometria, che ſieguono i Signori Moderni.

RENato ha uſato nella ſcienza della Geometria quello ſteſſo, che abbiam detto, che uſano i Poeti, gli Autori de' Romanſi, ed altri, per inſegnare con modo obliquo, e dilettevole le virtù; ma quel ch' è peggio ſi è, che ha fatto, come que' Poeti rei, e pernicioſi, i quali in vece d' introdurre per lo mezzo del diletto della Poeſia le maſſime di virtù, e l'amor verſo la virtù iſteſſa ſpargono nelle loro Poeſie maſſime licenzioſe dirette ad allettare gli animi a i falſi piaceri, che i vizj appreſtano; ed in queſta guiſa l'utiliſſima poeſia in peſſimo uſo convertono.

Per intendere come Renato abbia introdotto lo ſtudio obliquo nella Geometria, la quale è ſcienza diretta a cagion che tende direttamente alla cognizione del vero, ch' è uno, uopo è conſiderare con mente metafiſica la ſeguente propietà, che prende l'anima umana dopo ch' è entrata nel corpo per informarlo.

La ſtretta unione, che l'anima ha col Corpo fà sì, che ella patiſca in tutte quelle azzioni, nelle quali è coſtretta a ſepararſi in tutto da i ſenſi, e che patiſca altresì in quelle azzioni, nelle quali abbandonandoſi tutta a i ſenſi, ella ſi dilunga in tutto dalle ſue innate idee del vero, e del buono;

con queſta differenza però, che nell'abbandonarſi a i ſenſi ella gode a principio, e patiſce in appreſſo per le tumultuanti, e diſordinate ſenſazioni, che in lei quelli cagionano; ed all' incontro nello aſtraerſi da i ſenſi ella patiſce a principio, e gode in appreſſo di più vero, e più ſincero piacere, che non è quello, che ſente ne' ſenſi. Quindi è, che veggiamo i fanciulli amar tanto le coſe pratiche, quanto abborriſcono la rifleſſione. Or quindi è, che anche i fanciulli amano i pratici calcoli dell' Aritmetica volgare; ed a cagion di eſempio: gode il fanciullo, quando vede, che per lo mezzo di una pratica Aritmetica operazione egli ha ſciolto un queſito, che a lui è ſtato dal Maeſtro propoſto; all' incontro egli ſoffrirebbe gran noja, ſe il Maeſtro voleſſe coſtringerlo ad intendere negli Elementi di Euclide le cagioni di quelle operazioni, ch' egli ha fatte per lo mezzo della pratica, e dell' abito. Ma con tutto ciò quando la mente ha ſofferto il dolore, e la pena, che ſente nell' aſtrarſi da' ſenſi, e che ha formato in ſe quell' abito all' ordinata aſtrazione, in virtù del quale non ſente più pena nel contemplar le coſe in aſtratto, allora l' anima gode aſſai più nella contemplazione delle verità puramente intelligibili, che non gode nell' eſercizio de' pratici calcoli, ne' quali ella non vede mai le cagioni di quel che fà; e quindi è, che veggiamo per eſperienza, che nelle dimoſtrazioni delle verità pure geometriche, e tutte aſtratte, l' anima infinitamente ſi diletta, quantunque in quel diletto gli ſenſi non abbiano la menoma parte. Queſta dunque, che abbiam narrata, è la cagione metafiſica, per la quale gli Uomini, che non hanno il coraggio di formare nella lor mente l' utiliſſimo abito dell' ordinata aſtrazione, da i ſenſi ſi rimangono ſempre a guiſa de' fanciulli amatori delle meccaniche arti, e de' calcoli pratici.

Or quì uopo è conſiderare, quanto ammirabile ſia l'ordine, che ha tenuto Euclide nel diſciplinare la mente umana alla cognizione del vero. Euclide fù, a mio credere, il più gran Metafiſico della Grecia, imperciocchè in quella guiſa, che un prudente Medico conoſcendo la ſtruttura, e la temperie del corpo umano, sà preſcrivere all' Uomo quel governo, che è valevole a mantenerlo in ſanità; dello ſteſſo modo Euclide avendo ben conoſciute le proprietà dell' ani-

ma

ma umana ha saputo ordinare i suoi Elementi in modo, che disciplinassero la mente nella Logica, nella Metafisica, e nella Meccanica, ma più nella Metafisica, che nella Meccanica, e senza che la Meccanica niente guastasse la Logica, e la Metafisica, ed ecco come:

Euclide avendo conosciuta l'inclinazione, dell' Anima verso il sensibile a cagion del corpo, che la veste, ha temuto, che quella allettata dal piacere della misura sensibile trascurasse la meditazione astratta, che si racchiude nelle dimostrazioni, e perciò ha permessi i postulati per dare un qualche sollievo alla mente in una materia, la quale riguardando la quantità, appartiene in qualche modo all' immaginazione; ma non ha permesso, che di quella pratica, che concede ne' postulati, la mente si servisse per misura; ed oltre a ciò perche i numeri hanno qualche cosa di sensibile, egli ne ha data la cognizione per sollievo della mente, solamente dopo, che ne i sei primi Libri egli ha per lo mezzo delle linee disciplinata la mente nell' astrazione, cioè nella Metafisica, l' ha disciplinata poi nella Logica in tutte le dimostrazioni; e questo è l'insegnamento diretto, che ha usato Euclide. Vediamo ora l'obliquo, che ad uso di pernicioso Poeta, e di Autor di Romanzi ha usato Renato.

Renato ha inventata l' Algebra specioſa, la quale, come ha ben detto il Signor Cavalier Isacco Nevuton, non è altra cosa, che un Aritmetica pratica; imperciocche in quella segnandosi con le lettere le quantità, che si considerano in Geometria, si usa poi l'Algoritomo, nel quale si fanno le operazioni dell' Aritmetica sù delle quantità espresse con le lettere; poscia rivoltandosi l'ordine Sintetico si fà prima la denominazione, poi l'equazione, appresso la reduzione, e per ultimo la costruzione. Or questo metodo è certamente tutto pratico; imperciocche si perviene all' equazione, ed alla reduzione per lo mezzo delle operazioni dell'Aritmetica, che sono pratiche; Dunque Renato nella sua Aritmetica astratta, o sia Algebra specioſa, adula il genio guasto, e corrotto verso gli abiti pratici, che il corpo inspira all' anima, perche con i suoi calcoli pratici egli insegna alla mente un' arte di ragionare in astratto con la penna, e la distorna

dall'

dall' abito di ragionare in astratto con l'intelletto.

Ma non è già, che l'Aritmetica astratta, e pratica di Renato abbia nemmen giovato per ampliare la cognizione delle proprietà Geometriche per modo, che in virtù de' calcoli sianſi trovate molte nuove, ed utili proprietà; imperciocchè per molto che i Signori Algebristi si siano affaticati di ritrovare con l'Algebra nuove proprietà, tutto il trionfo, che cantano si riduce all'invenzione della Roletta, ed all'invenzione di nuove curve ritrovate per i metodi calcolatorj inventati in appresso, le quali curve però non sono utili nè alla Geometria, nè alla Meccanica, non servono alla Geometria, perchè non essendo linee geometriche, non esercitano la mente nel raziocinio astratto; non servono alla Meccanica, perchè non hanno alcun utile uso.

Ma quel ch'è degno di considerazione si è, che il calcolo analitico non somministra le dimostrazioni a cagion che se un Oppositore vuol negare la proprietà ritrovata per lo mezzo del calcolo, l'Algebrista non lo può mai rigorosamente convincere, se non fà la dimostrazione sintetica; e quindi è, ch'è passato in adaggio: *Invenzione Analitica Dimostrazione Sintetica.*

Ma questo sì fatto Adaggio parmi, che dimandi la seguente distinzione, cioè, se mi si dice, che il metodo analitico è metodo utilissimo per inventare, rispondo, che sì, perchè in quello supponendosi la cosa fatta, da quello se ne deduce il modo, come quella si deve fare; ma se all'incontro mi si dice, che il calcolo analitico, e litterale, è utile per l'Invenzione, rispondo, che nò, e rispondo con le ragioni da me poc'anzi addotte; ma non voglio tralasciar di assegnare la cagione, per la quale il calcolo litterale degli Algebristi non somministra la cognizione delle proprietà utili in Geometria, nè in Meccanica.

Uopo è saperſi, che le quantità segnate con le lettere danno la cognizione delle quantità più in astratto, che le linee, dalla qual cosa poi ne avviene, che le proprietà, che si trovano per lo mezzo de'calcoli litterali non siano mai proprietà particolari, come lo sono quelle, che si trovano per lo mezzo delle linee, e più per lo mezzo delle linee giunte a

i nu-

i numeri. Or quindi è, che l'Algebra ſpecioſa non ſomminiſtra in Geometria proprietà particolari alla quantità appartenenti, e ciò a cagion che la quantità ſegnata con le lettere ſi vede meno in concreto che con le linee, e con i numeri. Or queſti difetti, che ſi trovano nell'Algebra ſpecioſa ſono ſtati la cagione, per la quale i ſaggi antichi Geometri hanno ſeguita l'Algebra numeroſa, ma non ſi ſono dati briga d'inventare la ſpecioſa, la quale era in tutto pernicioſa.

Di queſte verità, che ho dette intorno all'Algebra ſpecioſa, penſo di poter dire a buona ragione, che ne ſia una vera pruova l'Invenzione della mia Duplicazione del Cubo, perche intanto io ho potuto quella fare, in quanto che Galileo Galilei me ne ha ſomminiſtrato il modo, nel modo appunto, con cui egli deſcrive la Parabola, ed ecco come: Galileo Galilei mi ha dato nella ſua deſcrizione ſempre due quadrati, e due radici, eſpreſſi in linea, ed in numero, come ſono i quadrati 1, 4, e 9, a i punti eſtremi, de'quali cadono le radici 1, 2, e 3 &c.: onde mi è ſtato agevole tirando le mie linee rette, per i punti eſtremi delle radici 1 e 2, 2 e 3 &c. il dimoſtrare, che il vero luogo delle radici è quello delle linee rette da me ritrovate. Or certamente queſta mia Invenzione non ſarebbeſi mai potuta ritrovare con i calcoli analitici, e litterali, i quali non additano le proprietà particolari in quella guiſa, che le additano le quantità eſpreſſe in linee, ed in numero; così dunque la vera Geometria è quella d'Euclide, e quella Aritmetica aſtratta, e pratica, cioè l'algebra, che mal' a propoſito ſi chiama Geometria, non giova alla Geometria, non giova alla Meccanica, perche diſtrugge la Logica, e la Metafiſica, e non dà alcun buon frutto per le meccaniche. Queſta che abbiam narrata è la Geometria obliqua, e pernicioſa, che ha inſegnata Renato per luſingare le menti degli uomini inimici dell'aſtratta meditazione. Alcerto Platone, Pitagora, e gli altri Filoſofi metodici, e metafiſici avrebbero dalle lor ſcuole l' algebra ſpecioſa sbandita. Ed invero noi veggiamo, che quantunque Platone uſi una ſpecie d' inſegnamento obliquo, perche egli non vuol altro, che convincere per la via dell' Entimema il ſuo interlocutore, ſenza dimoſtrargli l'origine, e l'eſ-

ſen-

ſenza di quelche inſegna ; con tutto ciò però Platone vuoſe ſempre , che il ſuo Lettore ſia perfetto Geometra, e ciò perche quando è perfetto Geometra egli può paſſare dall' Entimema a dimoſtrare per la via di una Logica Sintetica quelle verità , che Platone inſegna convincendo per l' entimema il ſuo interlocutore ſenza ſpiegare di quelle le origini , e l'eſſenze , ed a cagion di eſempio : Quando ſi legge Platone ſenza aver ſtudiata la Metafiſica,ch'è in Euclide, ſe ne deduce bensì per effetto dell' Entimema il reſtar convinto delle coſe che Platone inſegna,ma non se ne deduce la Sapienza metafiſica,e diretta,che ſi racchiude in Platone;all'incontro quando ſi legge con aver dedotta da Euclide Logica,e Metafiſica,ſi deduce da Platone la Sapiẽza diretta.Queſto modo di dedurre la Sapienza diretta,che ſi naſconde in Platone ſotto il manto dell'Entimema,penſo di averlo ſpiegato io nella mia Filoſofia, ove per dimoſtrazioni ſintetiche ho dimoſtrato le origini , e l' eſſenze di quelle verità , che Platone inſegna per la via dell'Entimema . Da queſto dunque ſe ne deduce , che Renato imitando i Poeti , e gli Autori de'Romanſi ha introdotto nella Geometria un ſtudio obliquo, il quale con la pratica luſingando gli ſenſi , diſtrugge la Logica , reſtringe il potere de'limiti della Geometria , e non ſerve di ſcala allo ſtudio della Filoſofia . Moſtraremo ora , come a guiſa di pernicioſo Poeta egli abbia introdotto nella Geometria la licenza , e l'errore.

Renato al principio del ſecondo Libro della ſua Geometria ha aſſerito ſenza alcuna pruova , che le Curve d'Apollonio ſiano linee geometriche , le quali abbino eſattamente le proprietà , che ſe le aſſegnano , e per una ſua ipoteſi falſa , ed inſuſſiſtente ha dato per ſuppoſto , che gli antichi Geometri abbino penſato , che le Curve d'Apollonio aveſſero le proprietà , che se le aſſegnano , ma che poſcia le aveſſero dichiarate linee meccaniche , ſolamente perche quelle non ſi deſcrivevano col compaſſo , e con la rega , queſta è la favola del Poeta geometra , perche è una pura invenzione il dire , che gli antichi Geometri abbino attribuito alle Curve d'Apollonio eſattamente le proprietà , che se le aſſegnano in quell'iſteſſo modo , che 'l Cerchio ha eſattamente le proprietà,

tà, ch'Euclide l'assegna. Narraremo ora più in particolare quello, che dice Renato intorno a questa materia delle Curve, acciò si conosca il valor della favola.

Gli antichi Geometri non mai han detto, che le Curve d'Apollonio abbiano esattamente le proprietà, che se le assegnano, e Renato supponendo, che gli Antichi Geometri abbian supposto, che le Curve d'Appollonio abbiano esattamente le proprietà dice alla pag. 17. del suo 2. Libro. *Neque etiàm planè capio, cur illas potiùs mechanicas quam geometricas nominaverint. Etenim si dicatur, ideò id fuisse factum, quod instrumento quodam ad illas in plano describendas, uti opus sit, circuli quoque, & rectæ lineæ ob eamdem rationem reijciendæ essent; cum absque circino, & regula, quæ non minus instrumenta dicenda sunt, in charta describi non possint*, e quel che siegue; Or ecco che Renato asserisce senza provarlo, che gli antichi Geometri abbino creduto, che le Curve d'Apollonio abbiano esattamente le proprietà, che se le assegnano, ma che solamente per la maggiore difficoltà della descrizione le abbiano chiamate linee meccaniche; or io penso, che di questo favore, che Renato ha fatto alle Curve d'Apollonio, Apollonio istesso ne riderebbe se lo sapesse, perche io credo, che l'istesso Apollonio non abbia mai pensato, che le sue linee curve nate dalla sezione del cono fussero linee Geometriche, le quali avessero esattamente le propietà, ch'egli le assegna; ma per intender questa verità bisogna sapere la seguente massima che aveano gli antichi Geometri.

Gli antichi Geometri univano nella lor mente alla Geometria la Metafisica, onde poi consideravano le proprietà geometriche da Metafisici, ed in conseguenza di ciò sapevano distinguere il metafisico dal meccanico, e distinguendo così nelle proprietà Metafisiche, come nelle meccaniche l'uso, che di ogn'una di quelle deve farsi, sapevano delle une, e delle altre utilmente servirsi; ed ecco come.

Le proprietà pure geometriche le riputavano moltissimo, a cagion che in quelle la mente vi vedeva quelle verità pure, ed in tutto astratte, le quali appartengono alla Metafisica; ma con tuttociò reputavano ancora moltissi-

mo quelle invenzioni, le quali non avevano esattamente le proprietà, che se le assegnano, purche da quelle se ne traessero utili conseguenze o per la Geometria, o per la Fisica, ovver per le arti. Ed a cagion di esempio: Il Trattato *de Sphæra, & Cylindro* d'Archimede fù riputato divino, e pure in quello Archimede suppone per falsa ipotesi, che la sua quadratura del cerchio sia esattamente geometrica, quando invero non è altra cosa, che approssimazione; ma perche da questa falsa ipotesi egli ne deduce per approssimazione la proporzione frà la sfera, ed il Cilindro, ed oltre a ciò i termini, ed i Problemi, che Archimede deduce dall'accennata proporzione da lui ritrovata sono ingegnosissimi, ed utilissimi, il Trattato *de Sphæra, & Cylindro* d'Archimede è riputato divino. Dello stesso modo nella Trigonometria si suppone per falsa ipotesi, che i seni misurino gli Archi, e pure non li misurano, che per approssimazione, mentre gli Archi sono misura degli angoli, e non i seni degli angoli, e pure perche la Trigonometria è una utilissima Invenzione, l'Invenzione della Trigonometria è da tutti riputata ingegnosissima, ed utilissima. Dell'istesso modo l'Invenzione delle Curve d'Apollonio nate dalla sezione del Cono fù stimata dagli Antichi Geometri ingegnosissima, ed utilissima, quantunque quelle Curve non avessero esattamente le proprietà, che se le assegnano, e la cagione, per la quale, a mio credere, fù dagli antichi stimata ingegnosissima è la seguente:

Apollonio, a mio credere, fù il primo frà i Geometri, il quale considerando in linea, ed in numero il parametro delle sue linee curve, trovò il modo di potere far paragone frà l'unità, le radici, ed i quadrati a cagione della proporzione, che hanno frà essi di numero a numero razionali, o irrazionali. Or comeche questa proprietà non si ritrovi in Euclide, perche come vediamo nella Proposizione XXII. del VI. Libro Euclide paragona le radici, che sono linee, con le radici, e le figure di quattro lati, con le figure di quattro lati, per questa proprietà, dico, l'Invenzione d'Apollonio fù riputata ingegnosa, per modo che gli antichi lo chiamarono il Geometra, quantunque le linee curve da lui ritrovate non avessero esattamente le proprietà, che se le assegnano,

e a cagione che egli non ha potuto ritrovare i veri punti, per i quali si devono descrivere i perimetri delle sue Curve; e quì siami lecito dire, che il vero perimetro della parabola è quello, che ho ritrovato io, onde i Signori Geometri potrebbero ancora ritrovare quello dell'Ellisse, quello dell'iperbola, e quello delle altre Curve, ed in questa guisa potrebbero rendere geometrica la dottrina delle Curve.

L'Invenzione poi delle Curve d'Apollonio fù stimata utilissima, perche con quelle si ritrovavano per approssimazione le due medie frà due linee rette date, sono utilissime all' Ottica, alla Meccanica, servono, come han servito a Galileo per spiegare per approssimazione il moto de'projetti, e sono utilissime linee, quantunque non siano geometriche; ingegnosissimi poi furono riputati i Teoremi, ed i Problemi, che dalla sua meccanica ipotesi Apollonio deduse, onde meritamente egli fù frà i Greci gran Geometra riputato.

Ma all'incontro il nostro Geometra Poeta Renato non si contentava vedendo, che le sue costruzioni non erano geometriche, onde bisognava, ch'egli attribuisse la proprietà di linee geometriche alle linee meccaniche, e per ottenere il suo intento bisognava, che ricorresse ad argomenti sofistici, e dire, come egli disse, che si maravigliava, perchè gli antichi avessero avuto timore di ammettere in geometria questo Assioma, cioè: *Datum conum dato plano secare*, e che si maravigliava perche gli Antichi Geometri non avessero ricevuto le Sezioni Coniche nella loro Geometria, e perche non avessero la dottrina delle Curve ampliata. Ma i saggi antichi Geometri non si curarono di ampliare la dottrina delle Curve, le quali conoscevano, che non essendo geometriche non potevano alla meditazione Metafisica, e Geometrica servire; ed all'incontro come meccaniche se ne servirono all'uso, che quelle aveano nella Meccanica; ed a cagion di esempio: Pappo Alesandrino se ne servì per trovare le due medie con l'intersezione del Cerchio, e della Parabola, Archimede con l'intersezione di due parabole, e per altri usi meccanici se ne servirono, ma non vollero mai ammetterle frà le linee geometriche per non guastare nella mente degli Uomini l'idea della purità Metafisica guastando quella della

purità geometrica ; ciocche non ha temuto di fare Renato . Paſſiamo ora alla narrazione di quello, che Renato fà in appreſſo .

Renato inſegna nel ſeguito del ſuo 2. Libro un modo di deſcrivere in piano le Curve con un ſtromento compoſto , e meccanico, ed a queſto tutti i Geometri Moderni ſupponendo, come ha detto Renato , che le Curve abbiano le propietà , che ſe le aſſegnano , e che altra coſa non mancaſſe alla dottrina delle Curve ſe non che di ritrovare un modo di deſcriverle in piano , appena viddero la deſcrizione di Renato , che ſenza eſame ricevettero le Curve d'Apollonio come linee geometriche , e come geometricamente deſcritte, e ſi gettarono come diſperati ad ampliare la dottrina delle Curve contro l'opinione di Franceſco Vieta , che gli ammoniva del loro errore . Quindi ſi poſero a fare una guerra a gli antichi , chiamandoli miſeri , ed infelici a cagion che non avevano conoſciuto queſta grande miniera d'invenzione di Curve geometriche , che Renato avea al Mondo iſcoverta . Moſtraremo ore la cagione , per la quale Renato dovea neceſsariamente avere un gran numero di ſeguaci .

Era neceſsaria coſa , che la Geometria di Renato ritrovaſse un gran numero di ſeguaci ; imperciocche inſegnando Renato nel ſuo 2. , e 3. Libro un metodo generale , e comune a tutti di ſciogliere i Problemi piani , i ſolidi , e gli ſopraſolidi per la via di coſtruire con un ſolo metodo infinito, ed univerſale l'equazioni piane, e con un'altro puro univerale , le ſolide , e le ſopraſolide, tutti gli Uomini ad onta della Madre Natura , la quale non è uguale nel diſtribuire le facoltà dell'ingegno , divenivano uguali nella ſcienza della geometria di Renato ; ed a cagion d'eſempio : Eſſendo come abbiam detto l'Algebra ſpecioſa di Renato un Aritmetica pratica , tutti quelli , che queſt'Aritmetica ben poſſeggono , giungono nella ſoluzion de' Problemi ugualmente all'equazione , ed alla reduzione de i Problemi piani, de'ſolidi , e de' ſopraſolidi ; poſcia eſsendo la via di coſtruire i Problemi generale , e commune a tutti , tutti i Geometri Renatiſti coſtruiſcono dell'iſteſso modo , ed in conſeguenza di ciò non vi poteva regnare frà i Geometri Renatiſti

ſti quella emulazione d'ingegno, che produce frà gli Vomini al male inclinati l'invidia, e ciò perche tutti quelli, che poſsedevano l'iſteſsa perizia nel calcolo pratico, e nelle coſtruzioni erano uguali fra loro, e ſolamente potevano l'uno con l'altro gareggiare intorno alla maggiore, e minore perizia nel calcolare, e nel coſtruire; ed a cagion di eſempio: ſe l'equazione è piana, baſta il Cerchio, s'è cubica ci vuole Cerchio, e parabola, s'è ſopraſolida ci vuole una Curva, la quale ſeghi il Cerchio in tanti punti quanti ſono i gradi della dimenſione ma però in un punto meno della dimenſione dell'equazione, ed in queſta guiſa la Geometria di Renato come ridotta a calcolo, ed a pandetta per le coſtruzioni libera le menti dal meditare in aſtratto, e le libera da quell' induſtria, che nella Geometria d'Euclide è neceſsaria per ritrovare le coſtruzioni nella ſoluzion de' Problemi, e la quale non è a tutti i Geometri commune.

Queſto metodo univerſale poi da Renato ritrovato, ha riempita la Litteraria Repubblica di falſi Geometri, e di falſi Filoſofi; imperciocche quegli Vomini, che nella vera Geometria non oſarebbero nemmen entrare nell'atrio del Tempio della Sapienza, entrano in virtù della loro perizia nel calcolare negl'intimi penetrali di quello, e ſi danno a divedere al Mondo per Mattematici Inventori, e creatori, ſolamente perche con i loro calcoli riſolvono Problemi, ch'eſſi ſteſſi non intendono, e inventano linee curve, le quali non hanno alcun utile uſo.

Vero è bensì, che queſt'arte Geometrica da Renato inventata non laſcia di eſser difficile ad imparaſi, perche vi è uopo di molta fatica per conoſcere per lo mezzo del calcolo le radici vere, e le falſe, vi è uopo di molta fatica per abbaſsar l'equazioni, e ridurle a i loro veri gradi, cioè per ridurre a piane certe equazioni, le quali per lo mezzo del calcolo aſcendono a ſolide, e ſopraſolide, e poi ſi ritrova, che ſi poſsono ridurre a piane, e di molte altre difficili pratiche operazioni vi è biſogno. Ma perche gl'ingegni meſchini più volentieri ſoffrono le difficoltà, che s'incontrano nell'imparare le arti, che dalla pratica dipendono, che volgerſi a quell'aſtratta riflеſſione, la quale ſepara la mente dal pratico,

e dal

e dal ſenſibile, gl'ingegni meſchini, dico, più volentieri ſoffrono la fatica d'imparare quella Geometria Metafiſica, che come abbiam detto, Platone negli Epinomi ha dichiarato eſſere una divina Geometria, e tanto più que'tali meſchini ingegni volentieri ſoffrono la pratica fatica, che la Geometria di Renato addimanda, in quanto che quella, come abbiam detto gli accredita appreſſo il volgo per grandi Geometri, mentre non ſono altra coſa che calculatori in quella guiſa, che ſono gli Aritmetici prattici, e per le coſtruzioni ſi poſſono chiamare Geometri di Pandetta.

Ma perche non ſi può mai eſtinguer negli Vomini quell'innato deſio di creare, facoltà che ci rende ſimili a Dio, anche frà i ſeguaci della Geometria calcolatoria di Renato vi ſono ſtati Vomini, i quali hanno eſercitata la loro facoltà di creare nell'oggetto di ritrovar nuovi metodi calcolatorj, a fine di ritrovar nuove curve, ed altre invenzioni geometriche ancora, le quali invenzioni non ſi può a buona ragione negare che non ſiano ingegnoſiſſime; quindi ſono nati il metodo degl'infiniti piccoli di Monſieur dell'Oſpital, quello de i differenziali, ed integrali conteſo frà il Signor Leibeniz, e'l Signor Cav: Iſacco Novuton, il quale poco di queſta conteſa eſſendoſi curato, ne laſciò la difeſa agli ſuoi ſeguaci. Ora tutti que' metodi ſono dedotti dal metodo degl'Indiviſibili, e ridotti a calcoli pratici, ma ſono metodi a mio credere perniciosi, a cagion che in quelli s'introduce la ſofiſtica nella Geometria, e con la ſofiſtica la licenza; ed ecco come.

In quei metodi ſi fà paragone frà il zero ch'è niente, e le quantità finite, e frà le quantità finite, e l'infinito, il quale quantunque eſiſta perche non ha forma, non ha alcuna proporzione con le forme finite e terminate. Or quantunque io, non abbia gl' accennati metodi molto ſtudiati, con tuttociò conſiderando da Metafiſico queſta falſa ipoteſi, sù della quale ſtanno appoggiati, parmi di poter dire a buona ragione, che ſiano metodi ſofiſtici ed inſuſſiſtenti, e metodi che introducono la licenza nella Geometria; ed in vero noi veggiamo che Euclide ci fà conſiderare ne i ſuoi elementi l'infinito in numero delle forme finite; vediamo che Bonaventu-

ra

ra Cavalerio ci fà altresì considerare nel suo metodo degl' indivisibili l'infinito in numero delle forme finite, perche considera le linee divise in punti, o siano parti infinite, ma non vediamo già che questi Autori giungano a far paragone frà il finito, e l'infinito frà l'infinito e'l niente, e frà il finito e'l niente. Alla perfine tutto quanto da i nostri Moderni Geometri si è fatto d'ingegnoso, e di grande, è stato a fine di liberare la mente per lo mezzo de'i calcoli pratici dall'obligo di ragionare in astratto nella Geometria, ed in questa guisa toglier dalla Geometria la facoltà di disciplinare la mente nella Logica, e nella Metafisica, riducendo la Geometria a calcoli, ed a pandette, e si sono ancora ingegnati di ampliare i limiti della Geometria introducendo in quella sofistiche e false ipotesi per aprire alle loro menti un largo campo di false e pernicioſe invenzioni. Mostraremo ora i danni: che ha prodotto nella sapienza in generale l'ingegnosissima favola, che Renato ha posto nella Geometria.

Renato ha certamente rovinata quella utile sapienza, nella quale si formano quegli Vomini valevoli a conoscere il vero unico nelle cose tutte; imperciocche avendo egli con la sua Geometria accostumati i suoi seguaci a mirare le false proposizioni con idea di dimostrazioni, egli ha rovinata la Logica, la quale è il fondamento della Metafisica, della Morale, e della Politica, e quindi è che vediamo nelle facoltà più importanti regnare la pernicioſa Sofistica, e'l Scetticismo. Ed invero qual mai buona Logica può possedere un Geometra, il quale riceve nella sua mente per dimostrazioni le ragioni apparenti, e sofistiche, che adduce Renato al principio del suo 2. Libro della Geometria per fare inghiottire agli Vomini dolci di sale per fatto vero una favola, cioè che gli Antichi Geometri abbian pensato, che le Curve d'Apollonio avessero esattamente le propietà, che se le assegnano, e che quei saggi abbian errato, perche non abbian ammesso per Assioma geometrico: *Datum cornum, dato plano secare*.

Qual mai buona Logica può possedere un Geometra, il quale riceve nella sua mente con idea di proposizioni dimostrate, proposizioni dedotte da i soli calcoli algebraici, sen-

za-

zachè alle propoſizioni ritrovate per calcolo ſi faccia la dimoſtrazione Sintetica; abuſo, che ha praticato Renato nella ſua Geometria, e che i Signori moderni Geometri praticano ſempre ancor eſſi. Alcerto una mente accoſtumata a rimirar con idea di dimoſtrazioni queſti sì fatti errori, è forza, che cada ne i lacci, che a lei tendono i Sofiſti in Metafiſica, in Fiſica, in Morale, in Politica, ed in tutte le più importanti facoltà; onde poi è neceſſaria coſa altresì, che da queſto modo ſofiſtico di ragionare s'introduca nella Litteraria Repubblica quella licenziosa libertà d'opinare, la quale fà trionfare lo Scetticiſmo, appunto come lo vediamo trionfare a i noſtri giorni, e tutto ciò avviene perche, mercè la bella Geometria di Renato, lo Scetticiſmo è giunto a trionfare anche nella Geometria. Alla perfine lo Scetticiſmo è giunto a diſarmare la vera Sapienza della più forte arma, ch'eſſa abbia contro i Sofiſti, e contro i Scettici, la quale è la Geometria.

Ma odo, che i Signori moderni Geometri mi rimproverano delle invettive, che io fò contro la Geometria di Renato, e che ſi accingono ancora a dimoſtrarmi per inſuſſiſtenti le accuſe, che io dò alla ſua Geometria; ed ecco le ragioni, ch'eſſi mi adducono.

Eſſi dicono certamente, che una Propoſizione ritrovata per calcolo analitico è una Propoſizione dimoſtrata, e ciò perche le operazioni dell'Algoritomo, cioè le quattro operazioni dell'Aritmetica litterale ſi dimoſtra geometricamente, che ſono vere, e ſuſſiſtenti. Bella ragione invero è queſta, e degna di un ſeguace di Renato. Alcerto ſe queſta ragione fuſſe ſuſſiſtente, un Aritmetico pratico potrebbe dire ancor eſſo, che quando egli fà in numeri la regola aurea, ſi dimoſtra vera, e ſuſſiſtente per la 16. del VI. Libro di Euclide; e per eſempio quando un Aritmetico ſcioglie queſto mirabile Problema cioe ſe 100. mi danno 10., 200. mi danno 20. egli ha fatto una dimoſtrazione, alcerto quel Geometra, il quale per difendere l'Algebra di Renato riſpondeſſe nella guiſa, che ho detto, moſtrarebbe di non avere idea della natura, e dell'eſſenza della dimoſtrazione, perche l'eſſenza della dimoſtrazione non conſiſte nel praticar coſe dimoſtrate,

ma

ma consiste nell'intendere l'intima cagione di quelle cose, che si praticano; ed a cagion di esempio, è verissimo, che quando l'Aritmetico pratico dice se 100. mi danno 10. 200. mi daranno 20. dice una proposizione vera, e dimostrata; ma in questa operazione non vi è dimostrazione dell'origine, e della causa, per la quale si dimostra, che la regola aurea è certa, ed indubitata, onde bisogna far la Sintesi, e dimostrare per la 16. del VI. che la regola aurea, che si deduce da quella è certa, ed indubitata. Dimostraremo ora, che lo stesso avviene delle propietà, che si ritrovano per calcolo analitico.

Uopo è però saperssi, che io da che conobbi, che l'Algebra specciosa era una nociva, e falsa scienza, proccurai di dimenticarmela, mi è remasta bensì nella mente l'idea generale di quest'Arte, ma ho proccurato di dimenticarmi il calcolo, che si pratica in quell' Aritmetica; con tutto ciò mi basterà un esempio, il quale forse sarà da i Signori Algebristi riputato troppo umile, e volgare, ma perche egli è sufficiente per dimostrare il mio assunto, io non tralasciarò di servirmene, ed ecco come: Io trovo per calcolo analitico la proposizione IV. del II. Libro d'Euclide; ecco il calcolo:

$$A^2 + 2\,AB + B^2$$

Adunque la IV. del II. è dimostrata solamẽte, perche il calcolo analitico me l'ha additata; ma io la niego, e dico, non esser vero quello, che il calcolo mi ha additato; l'Algebrista mi risponde esser già dimostrato, ch'è vero quello, che'l calcolo addita, ed io rispondo, che nò. L'Algebrista dunque avrà da dimostrarmi, ch'è vera questa proposizione, che il calcolo mi ha additata, l' aurà da dimostrare al modo, che la dimostra Euclide; bisogna dunque, che l'Algebrista se non vuol fare nell'Algebra quello, che fanno gli Aritmetici pratici nell'Aritmetica volgare, faccia la dimostrazione Sintetica alle propietà, che ritrova per calcolo analitico; ma questa dimostrazione Sintetica è quella, che seguendo l'esempio di Renato a i nostri giorni più non praticano i Sign. moderni Geometri.

A quello poi, di che ho io incolpato Renato, cioè ch'egli abbia asserito, sẽza darne alcuna pro va, che gli antichi Geometri abbino pensato, che le Curve di Apollonio avessero esattamẽte le propietà, che se l'assegnano, risp̃odono i Sig. seguaci di

Renato, che Apollonio ha asserito, che le abbino, perche non mai ha dichiarato, che non l'abbino; ed a questo di bel nuovo si risponde, che Apollonio non mai ha pensato, che dovesse venire al Mondo un Geometra, il quale non conoscesse, che le Curve d'Apollonio nate dalla Sezione del Cono, e non da i postulati di Euclide, potessero esser linee geometriche, e che perciò non si è dato briga di avvertirlo, in quella guisa, che Archimede non si è dato briga di avvertire, che la sua quadratura del Cerchio, sù della quale egli fonda il Trattat. *de Sphæra, & Cylindro* non è esattamente vera, ed in quella guisa, che ogn'un, che scrive di Trigonometria non si avvisa di avvertire, che i seni non misurano gli angoli, quantunque questo si supponga per falsa ipotesi. Alla perfine Apollonio non mai ha supposto, che dovesse venire un Geometra così cortese verso di lui, il quale introducesse nella Geometria per postulato uguale a i postulati d'Euclide: *Datum conum dato plano secare*. Rispondono per ultimo alcuni moderni Algebristi, che essi non suppongono, che l'Algebra possa sussistere senza l'antecedente perizia degli Elementi d'Euclide, e che ben lungi dal riputare Geometra un Algebrista poco esperto nella Geometria d'Euclide lo reputano un infelice Calcolatore. A questa risposta de'Signori Algebristi, la quale è risposta di fatto, noi risponderemo, e con la ragione, e col fatto; ed ecco come:

Si risponde con la ragione, dicendo essere propietà della natura umana quella di appigliarsi sempre al più facile, ed al più piacevole, il più difficile, e 'l meno piacevole evitando, onde sempre nuocono alla sapienza quelli, i quali propongono metodi commodi, e facili, ma alla sapienza nocivi; ora perche l'Algebra specioſa appresta il piacere di raziocinare col calcolo, liberando la mente dal raziocinio geometrico, e metafisico, era necessario, che la maggior parte de'Geometri si abbandonassero a i pratici calcoli, e si dilungassero dal raziocinio geometrico, e metafisico, appunto come abbiam detto poc'anzi. Faremo veder ora con la narrazione del fatto, che in virtù dell'Algebra di Renato, questo pernicioſiſſimo abuso si è nella Geometria introdotto.

Per primo si vede, che tutti gli Algebristi non sanno più,

più, come abbiam già detto, la neceſſaria dimoſtrazione ſintetica a i loro Problemi ritrovati per calcolo analitico, e litterale, ciocchè fà vedere, che i moderni Geometri hanno abbandonato il vero raziocinio geometrico per darſi tutti in preda a i calcoli litterali, e numerici.

Ma quì forſe gli Signori Geometri Carteſiani mi accuſeranno dell'errore di condannare in tutto l'Aritmetica pratica. E quì io riſpondo, che i Carteſiani non diſtinguono, perche non ſolo io non condanno l'Aritmetica pratica, ma lodo anche l'Algebra numeroſa, la quale ſi ammira in Dionfanto, e lodo l'una, e l'altra a cagione, che l'uſo di quei calcoli ſomminiſtra un certo abito di raziocinio pratico, il quale è utile alla mente, e queſto lo vediamo avvenire negli Uomini di commercio, i quali nelle coſe pratiche ragionano meglio, che il ſemplice volgo, e ſovviemmi d'aver letto, non mi ricordo ora dove, che i Spartani facevano imparare a tutto il popolo l'aritmetica pratica. Quello però, che io condanno ſi è lo pretendere, che i calcoli pratici di qualunque natura, che ſiino, diſciplinino la mente nella Logica aſtratta, e nella Metafiſica, e che ſomminiſtrino le dimoſtrazioni delle verità concernenti alla quantità.

Per ſecondo tale, e tanta è ſtata l'ambizione, che i Signori moderni Geometri hanno concepita nel loro animo a cagione del modo da loro inventato di deſcrivere in piano le Curve, che ſi ſono riputati infinitamente ſuperiori a i Geometri antichi, i quali non conobbero queſto modo di deſcriverle in piano. Or queſta mal concepita loro ambizione ha fatto sì, che tutti ſi ſian dati a promuovere, ed ampliare la dottrina delle Curve, e che perciò ſianſi ſempre più abbandonati all'uſo de'calcoli, inventando, come abbiam già detto, nuovi metodi a fine di ritrovar numero innumerabile di Curve; dalla qual coſa n'è avvenuto, che le menti de'Signori Geometri moderni ſianſi abituate ad una Logica falſa, nella quale ſi ricevono gli errori per dimoſtrazioni, onde poi queſto pernicioſo abito ſi è introdotto nella Filoſofia, e nelle ſcienze tutte. Invero muovono un poco a riſo i ſenſi di compaſſione, con i quali i moderni han parlato degli antichi, a cagion che quelli avendo ignorato il modo di deſcri-

vere in piano le Curve, hanno trafcurato di ampliare quella utiliſſima dottrina. Leggaſi la Prefazione al metodo degl'infiniti piccoli di Monſieur dell'Oſpital. Leggaſi la Prefazione di Monſieur Reineau, e legganſi tutte le altre Opere de' Moderni, e veggaſi di grazia il fatto, col quale compaſſionando gli Antichi parlano della loro novella dottrina delle Curve. Monſieur Berneuglie poi tanto riputò l'invenzione di una Curva da lui ritrovata, che la fece ſcolpire nel ſuo ſepolcro imitando in ciò Archimede, ſu'l ſepolcro del quale ſi ritrovarono ſcolpiti una sfera, ed un Cilindro; ed alla perfine queſta nuova dottrina delle Curve era già appreſſo i Signori Moderni Geometri quella, che oſcurava in tutto la luce della geometria degli Antichi.

Ma non baſtò già a i Sign.mo ſerni Geometri la vittoria, che a loro credere avevano rapportato contro gli antichi per la dottrina delle Curve, perche biſognava ancora far vedere poco propria, e mancante di metodo la geometria di Euclide, ed inventare altra geometria più all'algebra, ed alla invenzione delle Curve accomodata, che non è quella di Euclide. Quindi ſubito uſcirono alla luce del Mondo la Geometria di Monſieur Arnaldo, il Trattato della quantità del Padre Lamy, quello del Padre Preſtet, metodi tutti, ne'quali ſi procede prima con i calcoli analitici, e ſi fa la ſcuola ad Euclide, il quale al loro dire non aveva ſeguito alcun buon metodo nell'ordine, e nella diſpoſizione delle ſue propoſizioni. Comparve alla luce numero infinito di Elementi di Euclide abbreviati riformati, i quali invero eran tutti Elementi deformati. Si ſparſe poi frà moderni Geometri la Maſſima, che mercè l'Invenzione dell'Algebra ſpecioſa non vi era biſogno di ſapere altre propoſizioni di Euclide, che quelle poche, le quali ſervono alla coſtruzione dell' equazioni, come per eſempio ſono la 47. del primo, la proprietà del Cerchio, la decima ſeſta del VI., e poche altre. Molti poi s'illuſtrarono dimoſtrando gli Elementi per Algebra, Criſtofaro Sturmio fù uno di quelli, il quale facendo aſſai bene l'introduzione alla Geometria Carteſiana, inſegna per calcolo analitico tutte le coſe geometriche, e poi eligge poche propoſizioni per la coſtruzione dell'equazioni. Ed alla perfine per terminare la

vit-

vittoria de'Moderni contro gli antichi, riputarono essere necessaria cosa lo sfabricare tutto l'edificio della Geometria degli Antichi, e fabricarne un nuovo, non lasciando però di far stima di Pappo Alessandrino, e di Archimede, ma dimostrando per Algebra alcuno di quei Problemi, che quegl'Autori avevano sciolti per la via Sintetica. Questo, che abbiam narrato, è lo stato di fasto, e di ambizione, nel quale si ritrovavano gli Signori moderni Geometri, quando io pubblicai la mia Duplicazione del Cubo, la quale vendica la Geometria degli antichi, e distrugge in tutto quella de' Moderni. Or può pensare ogni Uomo di retto discorso quante, e quali siano state le contradizioni, i disprezzi, e le mormorazioni, che mi ha bisognato soffrire dalla moltitudine de' Signori Geometri moderni pieni di fasto per le loro nuove invenzioni.

Ma con tutto che io abbia fatta questa severa Critica a Renato, ed agli altri moderni, non voglio però defraudarli di quelle lodi d'ingegno, che loro si devono; e perciò a fine di terminare questo ragionamento, faremo della Geometria de'moderni il seguente giudicio.

Sarebbe certamente sciocco quel tale, il quale volesse asserire, che fosse stato sciocco Renato; imperciocchè Renato fu gran Geometra, ma poiche per disavventura della nostra umana natura le passioni hanno in noi potere di produrre nell'umana mente effetti peggiori di quelli, che produce l'istessa ignoranza, Renato-Des-Cartes, come ambizioso, ch'egli era, d'acquistare il titolo d'Inventore, e di creatore nelle scienze, tutto il suo ingegno applicava ad appagare questa sua sfrenata passione per mezzo della sofistica; onde poi quelle cose, che con la retta ragione esaminate al suo ambizioso fine non giovavano, con sofistici argomenti egli tentava di strascinarle a i suoi fini.

Or qui è da considerarsi, che l'amor della gloria è una virtuosa passione, e tutt'ad un tempo utile all'ingrandimento delle scienze, e delle arti a cagion che egli muove nell'animo quel spirito eroico, che inalza la mente al grand'ufficio della creazione; Ma se all'incontro avviene, che nell'animo di alcuni l'amor della gloria prevaglia all'amore della verità, ed a quello

del

del ben del Proſſimo, queſti tali ambizioſi Uomini ſono egualmente alla litteraria che alla civile Repubblica perniciosi. Della fatta di queſti ambizioſi Uomini, a mio credere, era Renato. Quì mi cade in acconcio di riferire in breve quel che ho detto in altri miei diſcorſi intorno a i fini, a i quali noi dobbiamo indirizare le noſtre opere, ed intorno al modo, col quale ſi devono le opere degli Autori eſaminare.

Le opere degli Autori devono avere le trè ſeguenti condizioni, cioè devono eſſere vere, nuove, ed utili al ben del Pubblico, perche ſe non ſono vere, ſon pernicioſe, a cagion che promuovono l'ignoranza ſotto la maſchera della ſapienza; ſe non ſono nuove ſono inutili, e ſe non ſono utili al ben del Pubblico, ſono ſempre da rifiutarſi dagli Uomini oneſti. Vero è bensì, che non biſogna eſſere così rigoroſo in queſte leggi, che ſi sbandiſcano dalle opere utili quei nuovi metodi, i quali ſervono a facilitare l'acquiſto della ſapienza, ma biſogna ben guardarſi dal promuovere il facile pernicioſo per iſchivare il difficile neceſſario, ciò facendo a fine di adottar la pigrizia, e'l vano faſto degli Uomini. Ora in conſeguenza di queſte leggi eſaminiamo un pò le invenzioni di Renato.

La ſua Geometria è, come ho già dimoſtrato, un' Aritmetica aſtratta, un'Aritmetica bensì aſſai più difficile, che l'Aritmetica volgare, e pratica; ma contuttociò la Geometria di Renato è ſempre un' Aritmetica pratica, la quale nientemen che la volgare, non obliga la mente a ragionare in aſtratto; onde ella toglie dalla Geometria i due importãtiſſimi preggi, cioè quello di diſciplinare la mente nella Logica, e nella Metafiſica; dunque l'Invenzione dell'Algebra ſpecioſa è ingegnoſiſſima, e perciò fà fede della ſapienza Geometrica dell'Autore; ma perche eſſa è pernicioſa, uopo era, che ſi rifiutaſſe da i Mattematici zelanti del ben del Pubblico, e che Renato ſi riputaſſe come inventore di un ingegnoſiſſimo giuoco, o pure ſe non potevano impedire, che certi amatori più di raziocinar con la penna, che con la mente la ſeguiſſero, non dovevano mai permettere, che ſi riceveſſero per geometriche quelle propoſizioni, le quali non fuſſero ſtate poi dimoſtrate con dimoſtrazione ſintetica; non pensò dunque

que Renato al ben del Pubblico, quando pubblicò la ſua Aritmetica, o ſia Algebra col titolo di Geometria, ma pensò ſolamente ad acquiſtare la gloria dell'Invenzione. Vero è benſì, che io non sò se Renato ſia ſtato il primo Inventore dell'Algebra ſpecioſa, perche Cardano, il quale viſſe prima di lui, fù Inventore della ſeconda formola dell'equazioni cubiche; e ſi pretende, che Ariot ſia ſtato inventore delle coſtruzioni: ma comunque la coſa ſia, Renato è quelli, che l'ha poſta in ordine, ed è quelli altresì, che ſi riputa Inventore dell'Algebra ſpecioſa..

Egli è poi nelle ſue Coſtruzioni, ove egli ha fatto vedere l'eccesſo della ſua ſofiſtica; imperciocche, come abbiam già detto, egli con le apparenti, e ſofiſtiche ragioni, che ſi leggono nel principio del II. Libro della ſua Geometria, ha così ben'allettato col facile pernicioſo le Menti deboli, e pigre, che ſi è procacciato numero infinito di ſeguaci. Renato dunque era pernicioſo, perche promuoveva l'errore ſotto la maſchera della verità, l'ignoranza ſotto quella della ſapienza, e promuoveva il facile pernicioſo, alienando la mente dallo ſtudio del difficile neceſſario; ed alla perfine nell'Invenzione della Geometria di Renato vi ſi trova ſolamente il nuovo, ma non vi ſi trova nè il vero, nè l'utile. Dovevano dunque gli Signori Moderni Geometri riſpettare un pò più di quello, che l'hanno riſpettata, la venerabile Antichità, e dovevano un poco più credere al dottiſſimo Franceſco Vieta di quello, che ci han creduto..

Ma io sò bene, che tutte le ragioni, che ho in queſto Ragionamento addotte contro la nuova Geometria de' Sign. Moderni, non mi varranno niente per indurli a confeſſare ſinceramente gli errori di Renato, i quali in virtù della mia Duplicazione del Cubo ſi manifeſtano chiaramente a i Geometri dotti, e ſinceri. Troppo difficile è invero il confeſſare per falſa una dottrina, che abbiam ſeguita, e sù della quale abbiamo alzata la mole della noſtra gloria, ed è tanto più difficile il confeſſarla falſa, quanto più abbiamo agevole modo di ſoſtenerla, almeno appò il volgo, con l'autorità di una moltitudine di Mattematici, che l' han ſeguita, e la ſieguono. Oltre a ciò lo aver io nella mia Duplica-

ca-

cazione del Cubo dimoſtrato a dirittura gli errori di Renato muove contro di me quell'ira, che ſempre ſi attira ognun, che ſi veſte dell' odioſo perſonaggio di Maeſtro. Voglio dunque deporre in tutto l'ardito carattere di Maeſtro, che ho oſtentato nelle dimoſtrazioni della mia Duplicazione del Cubo, e voglio rappreſẽtare quel perſonaggio, che Platone ne'ſuoi dialoghi fa rappreſẽtare a Socrate quando diſputa con que'ſofiſti, i quali avevano guaſta, e corrotta l'antica Sapienza d'Atene. Socrate in tutti i Dialoghi di Platone ſi pone nella figura di Diſcepolo de'ſofiſti, e per lo mezzo dell'Entimema li và belbello interrogando ſino a tanto che li coſtringe a confeſſar le propoſizioni, ch'egli vuol provare, onde fà, che i ſuoi Contrarj ſiano, lor malgrado, approvatori delle propoſizioni di Socrate. Tanto però non poſſo ſperar io da i Signori Geometri Sofiſti, e miei Contrarj, perche trattandoſi di materia Geometrica niente mi valerebbe lo uſare l'argomento dell'Entimema. Voglio però imitare l'eſempio di Socrate facendomi in tutto Diſcepolo de'Sign. Moderni Geometri, e pregarli a ſciogliermi alcune Difficoltà, che qui in appreſſo fò loro, intorno al modo, col quale eſſi deſcrivono in piano la Parabola, ed intorno alla Triſezione dell'angolo fatta da Renato Des-Cartes, ed intorno ad alcune mie altre difficoltà. In queſta guiſa facendo ſpero, ch'eſſi non isdegnaranno di appreſtarmi i loro inſegnamenti, perche quantunque io non poſſa coſtringerli a confeſſare la verità, come facea Socrate, ſenza che quelli ſe ne avvedeſſero, ſpero che i Signori Moderni Geometri, come ſinceri, la debbono confeſſare da loro ſteſſi. Paſſiamo dunque alle mie ſeguenti Difficoltà.

DIFFICOLTÀ
INTORNO
Alla Descrizione in piano delle linee curve, che fanno i Signori Moderni Geometri, e Problemi da risolversi.

PREFAZIONE

NEcessaria cosa è, che si sappia, che nelle seguenti mie difficoltà io altra figura non prendo a fare se non quella di Discepolo di quei Signori Geometri, i quali hanno impugnata la mia Duplicazione del cubo, e di quelli, che facendo silenzio si sono mostrati timidi, e renitenti ad approvarla. Per conseguenza dunque di questa figura, che io prendo a fare, non devo intrapprendere di dimostrare di bel nuovo la mia Invenzione. Questo sarebbe superfluo, avendola io, per quel che penso, abbastanza dimostrata nel libro da me publicato in due tomi l'anno 1722. col titolo Opere Mattematiche di Paolo Mattia Doria, e nel libro intitolato *Duplicationis Cubi Demonstratio*, *&c.* pubblicato l'anno 1730., diretto alla Regia Società d'Inghilterra; così dunque io non fò nelle mie seguenti difficoltà dimostrazione alcuna intorno alla mia Invenzione; fò bensì un epilogo delle proprietà da me dimostrate nelle accennate mie opere, acciòcche se quelli, i quali per avventura leggendo solamente queste mie difficoltà, desiderassero poi di vedere le mie dimostrazioni, sappiano dove debbano ritrovarle.

Le altre difficoltà poi, che io fò intorno alla Trisezione dell'angolo fatta da Renato, ed intorno alle altre cose, che propongo, le ho fatte a cagion che avendo io fatta una

ſoluzione del Problema della Triſezione dell'angolo, ed alcune conſiderazioni intorno alla quadratura del Cerchio, ho deſiderato, e deſidero di ſentire i ſentimenti de i Signori moderni Geometri prima di pubblicarle, a fine di non eſpormi a ſoffrire le ſteſſe amarezze, che ho ſofferte, e ſoffro per la Duplicazione del cubo.

Ma qui devo avvertire a i miei Lettori, che ſe mai per avventura qualche moderno Profeſſore continuando il ſuo metodo di aſſerire al volgo per vere le ſue oppoſizioni, nulla curandoſi che quelle ſiano tacitamente diſprezzate da tutti i mattematici, ſi vantaſſe col volgo di aver ſciolte le mie difficoltà ſenza cercare l'approvazione de'Sapienti, a quel tale ogni uomo di buona mente deve riſpondere nel ſeguente modo:

Voi ſiete ſoſpetto di fede, perche ſiate accuſato dall'Autore di ſoſtenere le voſtre oppoſizioni, quantunque falſe, a fine di non perdere il voſtro credito appò noi, e perciò ſiete obbligato a fare approvare queſte voſtre ſoluzioni da qualche Accademia, ovvero da altri Geometri celebri, ed accreditati in Mattematica.

E ſe per avventura quel tale Profeſſore riſpondeſſe, che io pure ſono obbligato a ritrovare Approvatori alla mia Invenzione: Riſpondo, che a me è difficile ritrovare Approvatori per le ragioni da me addotte nell'antecedente Apologetico Diſcorſo, ma che all'incontro ſarebbe faciliſſima coſa ad ogni mio Oppoſitore, il quale ritrovaſſe errore nella mia invenzione, il ritrovare non ſolo uno, ma numero infinito d'Approvatori alla ſua Oppoſizione; e ciò perche contenendoſi nella mia Invenzione la dimoſtrazione degli errori commeſſi da i Moderni Geometri, tutti ringraziarebbero quel tale, che con la ſua oppoſizione li aveſſe liberati dalle accuſe, che a loro io ho date. E ſe per mia diſgrazia io diveniſſi così ſciocco, o così poco ſincero, che intrapprendeſſi di difendere il mio errore, le intere Accademie, ed anche i particolari Mattematici prenderebbero a riſo le mie veementi riſpoſte, ſempre, e quando l'oppoſizione del mio contrario fuſse vera, e ſuſſiſtente in Geometria. In queſta guiſa riſpondendo ogni diſcreto Uomo, benche non inteſo di Geometria, può liberar me dalla noja di contendere

ſino all' infinito, e ſenza frutto con queſta sì fatta ſpecie di Geometri, i quali, purche facciano nella loro Città la figura appò il volgo di ſoſtenere le loro oppoſizioni, non ſi vergognano poi di comparire appò i ſapienti Geometri, o per poco eſperti Mattematici, o per uomini men che ſinceri; ed io all' incontro potrò ſenza darmi più briga di contendere con la malizia di sì fatta gente, dire, come dico, intorno a queſta materia della Duplicazione del cubo: *Claudite jam pueri rivos ſat prata biberunt*.

Spero però, che i Signori Moderni Geometri iſteſſi non debbano contentarſi di fare più lungamente un improprio ſilenzio intorno ad una Invenzione, alla gloria della noſtra Italia non poco importante, e che perciò otterrò da i Signori Moderni Geometri qualche ſincera, vera, e ſuſſiſtente riſpoſta alle mie ſeguenti Difficoltà, ovvero una ſincera Approvazione alla mia Duplicazione del Cubo, acciòche i Poſteri non abbiano del delitto di poco ſinceri a condannare i Mattematici del noſtro preſente ſecolo, e i Mattematici della noſtra Italia, d' invidi, e poco zelanti della gloria della noſtra Patria.

AVVERTIMENTO

NElla ſeguente prima difficoltà io non ſuppongo altra coſa, che la coſtruzione del mio rettilineo parabolico piano, e non ſuppongo alcuna delle proprietà, che nella mia Duplicazione del Cubo ho dimoſtrato avere il nomato mio rettilineo, onde ſe i Signori Geometri voglion negare la mia ipoteſi biſogna, che impugnino la coſtruzione del mio rettilineo.

Difficoltà Prima

PArmi, che la deſcrizione della Parabola, che fanno in piano i Signori Moderni Geometri con lo ſtromento compoſto, o ſia meccanico, non dia ſicuramente i punti, a i quali devono cadere le radici delle aſciſſe dell' aſſe; onde non poſſa a buona ragione dirſi, che noi poſſiamo deſcrivere,

o immaginar descritta la Parabola Apolloniana in modo, che possiamo intendere i veri punti, ove cadono le radici delle ascisse dell' asse, e per dirla in breve, parmi che la descrizione in piano della parabola, che fanno i Signori moderni Geometri, sia necessariamente Meccanica, e falsa come or ora farò vedere. Narrerò prima il modo, come da i Signori Moderni Geometri si pretende di poter immaginare descritta la Parabola con l'istessa sicurezza, con la quale s' immagina descritto il Cerchio, acciò si veda che io non l'ignoro, e poscia farò vedere in che consista la mia difficoltà.

Fig.1. Io descrivo la Parabola al modo insegnato da Galileo Galilei. Prendo il parametro A B per unità, B D è 3. A D è 4. radice di D E 2. Voglio ora descrivere la Parabola Apolloniana con lo stromento composto, o sia Meccanico usato da i Signori Geometri Moderni.

Sopra il parametro A B formo il quadrato A B C F.

Prolongo la A F in G fino, che venga uguale, e paralella a D E 2., ed alzo la perpendicolare E G.

Poscia prolongo la F C in H, e questa è la rega immobile.

Suppongo, che F H sia la rega immobile, e che la L T sia la rega mobile, e paralella ad F H, la quale cammina sempre equidistante; e suppongo, che A N sia la rega, che si muove in giro; ed ecco formato lo stromento composto, o sia meccanico.

In questo modo io ho per Galileo due radici, e due quadrati espressi in linea, ed in numero, cioè l' unità B C radice dell' unità A B quadrato, e D E 2. radice del quadrato A D 4. Andaremo ora prendendo ad uso de' Signori Geometri Cartesiani le radici de' quadrati, o sian ascisse dell' asse intercette fra A B 1., ed A D 4. a fine di far vedere, che la descrizione in piano de i Signori Moderni Geometri non dà con sicurezza i punti delle radici delle ascisse dell' asse.

Suppongo, che la rega mobile, e paralella sia giunta in L; prendo sopra la rega immobile F H, la F N uguale ad A L, e suppongo, che la rega A N, la quale si muove in giro, sia portata in N, avrò due triangoli simili, cioè A L M, ed A F N; dunque sarà come A L ad L M, così

A F

A F ad F N, dunque il rettangolo fatto dal parametro A F per L M sarà uguale al rettangolo di A L per F N, cioè al quadrato di A L, e perciò il quadrato di I M sarà uguale al rettangolo fatto dal parametro, o sia unità A F per l'asciſſa A I, e perciò il punto M sarà punto di Parabola.

Suppongo per l'ipoteſi de' Signori Geometri Moderni deſcritta la Parabola A C R E. Paſſiamo ora alle deſcrizione delle radici de' quadrati maggiori dell' unità A F, i quali ſono intercetti frà A B 1., ed A D 4.; ed egli è quì, ove penſo di far vedere, che la deſcrizione è meccanica, e falſa.

Frà i punti A, e C tiriſi la linea retta A C, e frà i punti C, ed E tiriſi la linea retta C E, io voglio la radice dell' aſciſſa A S, e voglio, che cada al punto S punto eſtremo del quadrato A S; io penſo di poter dimoſtrare, che con lo ſtromento meccanico uſato da' Signori Moderni Geometri non ſi poſſa ſapere ſe la radice dell' aſciſſa A S ſia S P, la quale termina alla mia linea retta C E, ovvero ſe ſia S R, la quale termina al perimetro della parabola A C R E ſuppoſta deſcritta; ed eccone per mio avviſo la pruova.

Suppongo per primo, che S P ſia radice dell' aſciſſa A S; io prendo la linea retta S P, la quale termina alla mia linea retta C E, ed alzo la perpendicolare P O; Suppongo poi, che la rega paralella L T ſia venuta in O, e prendo ſopra la rega immobile F H, la F X uguale ad A O, e porto in X la rega mobile A N, la quale ſi muove in giro, e dico, che F X uguale ad A O è media proporzionale frà il parametro A F, e la quarta proporzionale O P uguale ad A S. Al certo ſe la linea S P è radice di A S, la linea A X prodotta deve andare nel punto P, perche A F eſſendo parametro, A X, ovvero A O eſſendo ſtata ſuppoſta media proporzionale frà A F, ed O P, i due triangoli A F X, ed A O P devono eſſer ſimili, e perciò la rega mobile, che ſi muove in giro, portata ſopra A X per la mia ipoteſi deve andare nel punto P. *Fig. 1.*

Suppongono ora i Signori Geometri Moderni, che la radice dell' aſciſſa A S ſia S R, alziſi la perpendicolare R Q, dunque ſe la radice dell' aſciſſa A S è S R, la rega mobile, e paralella ſarà giunta nel punto Q, quando ha dovuto deſcrivere la radice dell' aſciſſa A S.

Pren-

Fig.I. Prendaſi ora ſovra la rega immobile F H la F Y uguale ad A Q, e portiſi la rega mobile, che ſi muove in giro nella linea A Y; al certo ſe S R è la radice, la linea A Y prodotta, o ſia la rega mobile, che ſi muove in giro deve andare nel punto R, acciò li due triangoli A F Y, ed A Q R ſiano ſimili; adunque acciò ſi poſſa ſapere ſe la radice dell' aſciſſa A S ſia la linea retta S P, la quale termina alla retta C E, ovvero ſe ſia S R, la quale termina alla Parabola, biſogna miſurare ſe A X prodotta termina in P, cioè ſe la rega mobile, che ſi muove in giro, và in P, o nò, perche ſe và in P la linea S P ſarà la radice dell' aſciſſa A S, e i due triangoli A F X, ed A O P ſaranno i triangoli ſimili. E perche la radice dell' aſciſſa A S non può eſſer altro, che una, la rega mobile, che ſi muove in giro, portata nella linea A Y non terminarà nel punto R, ma in vece di ciò la rega mobile, che ſi muove in giro, andarà per eſempio nel punto i, ove s' incontra con la linea Q R allungata, e li triangoli ſimili ſaranno A F Y, A Q i; onde la S R uguale ad n i ſarà radice dell' aſciſſa A N, e non ſarà radice dell' aſciſſa A S, la quale è quella, che abbiam dimandata.

Fig.I. All'incontro ſe la rega mobile, che ſi muove in giro, poſta ſopra A Y và nel punto R, allora la rega mobile, che ſi muove in giro, poſta ſopra A X non andarà nel punto P, e la radice dell' aſciſſa A S ſarà S R, biſogna dunque miſurare ſe la linea A X prodotta, o ſia la rega che ſi muove in giro, termina in P, ovvero ſe A Y prodotta ſia quella, che termina in R, alla perfine biſogna miſurare per vedere quale delle due, cioè ſe S P, overo S R ſia radice dell' aſciſſa A S, e per vedere ſe S R ſia radice dell' aſciſſa A N, ovvero dell' aſciſſa A S, ma s' è così, la deſcrizione in piano della parabola, che fanno i Signori Moderni Geometri è meccanica, e falſa, perche non da i punti, a' quali devono cadere le radici delle aſciſſe dell' aſſe, e facendoſi lo ſteſſo in tutte le radici intercette frà B C 1., e D E 2. ſi ritrova, che ſupponendoſi, che S P ſia radice dell' aſciſſa A S, tutte le radici terminanti al perimetro della Parabola non cadono a' punti eſtremi de' loro quadrati, ma cadono a' punti ſotto, come per eſempio in i; onde poi facendoſi lo ſteſſo ſino all'infinito, la radice D E 2.

non

non caderebbe al punto estremo del quadrato A D 4. E se l' Avversario dicesse, che quando la rega mobile, e paralella è giunta nel punto O della linea AG, allora ha descritto la radice dell'ascissa A d, uguale ad O b; Io dimostro che in ogni ascissa si ritrova lo stesso.

Soppongasi tirata la linea retta d b, la quale taglia nel punto g la nostra linea retta C E, ed alzasi la perpendicolare g y; poi prendasi sopra la rega immobile F H una linea uguale ad A y, la quale caderà in un punto intercetto fra F C parametro, ed F X, e questa linea intercetta fra F C, e F X sia per esempio F r, di nuovo avremo due triangoli simili nel punto y, cioè AFr, ed Ayg, e perche quando abbiamo presa la radice dell'ascissa AS, FX si è supposta uguale ad AO, di nuovo avremo i due triangoli simili AFX, AOP, dalla qual cosa di nuovo se ne deduce, che quando da noi si suppone, che la radice dell'ascissa AD sia la linea d g, la radice dell'ascissa A d cade sotto il punto b, cioè in P; onde sempre bisognerà misurare per vedere se la rega mobile cade in g, ovvero in b, e lo stesso fò in ogni ascisa, come per esempio in Ak, ed in ogni altra. Ma niuno mi può negare di supponere, che le radici cadino alla mia retta CE. *Fig. 4*

E' dunque tutta meccanica, e falsa la descrizione in piano, che della parabola, e delle altre Curve fanno i Signori moderni Geometri.

CONSIDERAZIONE.

ALcerto questa mia Difficoltà mi sembra insuperabile; con tutto ciò però un qualche mio Oppositore, noto per la franchezza nell'asserire al Volgo, non lascierò di dire ch'è dimostrato, che le radici terminano alla curva. Ed io a questo risponderei che ho dimostrato, che terminano alla mia retta, ma perche non ho Discepoli, a i quali possa dar a credere quello, che voglio parlando a i Sapienti risponderò, che queste difficoltà, che io propongo, niente hanno, che fare con le dimostrazioni da me addotte nella Duplicazione del Cubo, perche in queste difficoltà io suppongo solamente la descrizione del mio rettilineo, e poi so conoscere meccanica, e falsa la descrizione in piano della Parabola; onde bisogna ri-

risponderè à queste mie nuove difficoltà, e per esempio.

Fig. I. Non si può negare l'ipotesi, che io ho posta nell'antecedente Difficoltà; imperciocchè la mia dimostrazione del meccanichismo della parabola dipende dalla sola costruzione del mio rettilineo, e non dalle proprietà, che io gli ho assegnate, onde se non siamo giunti fino alla licenza di negare i postulati di Euclide, non mi si può negare di descrivere la mia linea retta C E, e se non si nega la Proposizione XI. del I. d'Euclide non mi si può negare di alzare la perpendicolare P O; Oltre a ciò io posso supporre per ipotesi senza asserirlo per dimostrato, che S P sia radice dell'ascissa A S, e supposto questo ne viene secondo la descrizione, che delle Curve fanno i Signori Moderni, che se A X prodotta termina nel punto P, i due triangoli A F X, ed A O P siano simili, e che S P sia la vera radice, e lo stesso fò nell'ascissa A d; onde la mia antecedente ipotesi fa veder chiaramente il meccanichismo della descrizione in piano, la quale i Signori Geometri fanno della Parabola e delle altre Curve; onde i Signori Moderni Geometri sono obbligati a risolverla, ma non possono risolverla mai, perche il difetto della loro descrizione in piano è cagionato dal non aver la parabolà le proprietà, che se le assegnano.

CONSIDERAZIONE.

L'Antecedente mia difficoltà fà chiaramente conoscere esser falso quello, che dice Renato al principio del secondo Libro della sua Geometria, cioè che in tanto si reputa meccanica la Parabola, in quanto che si descrive con lo stromento più composto, che non è il compasso, perche dall'antecedente nostra Difficoltà si vede, che il Meccanichismo della Parabola non dipende dalla discrizione fatta con lo stromento più, o meno composto, ma dipende dalla Parabola, che non ha le proprietà, ed eccone la pruova.

Nell'Asse A D 4. la di cui radice è certamente D E 2. lo stromento mi dà esattamente la radice D E: all'incontro nelle ascisse intercette frà A B 1., ed A D 4., perche quando non si dimostra dove terminano le radici si può supporre, che quelle terminino così alla retta C E, come al perimetro della Parabola, lo stromentò mi obliga a misura-

re;

re, per vedere quale ſia il vero luogo, ove terminano le radici. Veniamo alla pruova.

Io prendo sù la rega immobile FH la porzione F z uguale ad AG 2, porto la rega, che ſi muove in giro, ſu'l punto z, ed ho noti i due triangoli ſimili AFz, ed AGE, onde è come AF 1 ad Fz 2, così AG 2 ad GE 4, onde la rega che ſi muove in giro, o ſia la linea retta Az prodotta, deve andare nel punto E. All'incõtro nell'aſciſſa AS, la dicui radice ſi può ſupporre per ipoteſi, che poſſa eſſere così SP, come SR, ſono coſtretto a miſurare, per vedere ſe la rega mobile, che ſi muove in giro, và da X in P, perche in queſto caſo poſta in Y non può andare in R, e lo ſteſſo avviene nell'aſciſſa A d, A n, ed in tutte le altre intercette, appunto come abbiam dimoſtrato nell'antecedente difficoltà; dunque il motivo, per il quale gli antichi Geometri non hanno ricevuto le curve d' Appollonio per linee Geometriche, non è, come dice Renato, perche quelle non ſi deſcrivano con la rega, e col compaſſo, ma è perche non hanno eſattamente le proprietà, che ſe le aſſegnano. Vogliamo ora narrare un poco le proprietà del noſtro rettilineo da noi dimoſtrato, a fine di fare in appreſſo due altre difficoltà. *Fig. l.*

EPILOGO.

Delle proprietà del noſtro rettilineo parabolico piano da me dimoſtrate nelle mie Opere Mattematiche, e nel Libro intitolato: Duplicationis Cubi demonſtratio, *fatto, acciò il Lettore Geometra poſſa giudicare s'egli è a torto, o a ragione, che i Signori Moderni Geometri non confeſſino, e non sieguano la mia Duplicazione del Cubo.*

DAlla coſtruzione tutta geometrica del noſtro rettilineo, e dalla ſuppoſizione delle infinite paralelle fatta per lo metodo degli Indiviſibili, ne riſultano le ſeguenti proprietà:

Fig.II. La prima proprietà è, ch'essendo le paralelle intercette frà B I, e G H, e terminanti alla retta I H in proporzione aritmetica, le paralelle sono tante in numero, quanti sono i punti della BG, e perciò sono tante quante sono le asciſſe intercette frà A B 1, e A D 4, come per esempio sono AB, AK, AS, &c., dalla qual proprietà ne risulta, che nelle paralelle intercette frà B I 1, e G H 2, e terminanti alla retta I H, vi si contenga la somma di tutte le possibili radici de' possibili quadrati intercetti frà A B 1, e A D 4; onde da questo se ne deduce, che le radici de' quadrati intercetti frà A B 1, e A D 4, non possono terminare nè fuori, nè dentro della retta I H, se non si vuole, che una medesima quantità possa essere in due luoghi diversi uno maggiore, l'altro minore. Leggasi il Tomo primo delle mie Opere Mattematiche alla *pag.*3.; ed al Libro *Duplicationis Cubi demonstratio &c.* alla *pag.*22.

La seconda propietà da me dimostrata, ch'è stata cagione degli errori, che han preso alcuni miei Contrarj, è la seguente:

Le asciſſe, o siano i quadrati incerti frà A B 1, e A D 4 sono tutti irrazionali, onde non si può prendere frà A B 1, e A D 4 alcun quadrato in numero, e la cagione di ciò si è, ch'essendo l'asse del nostro rettilineo descritto secondo la descrizione di Galileo, cioè secondo l'ordine de' numeri impari, se si prendesse in numero alcuno de' quadrati intercetti frà A B 1, e A D 4; le asciſſe non sarebbero più secondo l'ordine de' numeri impari irrazionali. Questa verità ci sembra d'averla dimostrata al Tom.2. delle nostre opere Mattematiche *pag.*79. al Monito *pag.*3. del Libro intitolato *Duplicationis Cubi demonstratio* diretto alla Regia Società d'Inghilterra, alla propositione 3. dello stesso Libro, ed in molti altri luoghi delle mie opere Mattematiche. Questi nostri accennati due Libri sono stati impressi il primo in Venezia l'anno 1725., ed il 2., in Venezia l'anno 1730., e tutti gli abbiam trasmessi a i Signori Geometri, i quali si pregano di esaminare quelle dimostrazioni da me accennate.

La 3. proprietà da me dimostrata dipende pure dal metodo degli Indivisibili, e fà vedere, che quando per errore si prendono in numeri, come l'han preso alcuno de' miei

Con-

Contrarj, le aſciſſe intercette frà A B 1. e AG 4, allora perche le radici, che naſcono da queſta ipoteſi ſono falſe, le differenze frà le mie paralelle terminanti alla mia retta I H, e le paralelle terminanti al perimetro della parabola, nell'infinito ſi diminuiſcono ſempre, e nel punto H svaniſcono in tutto; la proprietà è la ſeguente.

E'aſſioma del metodo degl'indiviſibili queſto ſeguente; cioè, che *quando qualche proprietà particolare ripugna ad una proprietà, che ſi ritrova negl'infiniti, ſe quella proprietà particolare nell'infinito ſi diminuiſce ſempre, e poi ſvaniſcono in tutto le differenze frà quella proprietà particolare, e quella chè ſi ritrova nell'infinito, in queſto caso della proprietà particolare non ſi tiene alcun conto.*

In conſeguenza dunque di queſto Aſſioma del metodo *Fig.II.* degl'indiviſibili, ſe l'Avverſario vuole, dividendo l'aſſe in numeri pari, far terminare le radici particolari fuori della mia retta I H, e vuole per eſempio, che la radice del quadrato A S non ſia S d terminante alla mia retta I H, ma che ſia per eſempio S O, io tiro la perpendicolare O n ſino alla mia retta I H, e dico, che ſe la radice di A S fuſſe S O, la radice di A S ſarebbe m n; di nuovo l'Avverſario dice, che la radice di A m è m o; di nuovo io tiro la perpendicolare o q ſino alla retta I H, e dico, che la radice di A m ſarebbe p q, poſcia l'Avverſario tira p s, ed io tiro la perpendicolare s u, e dico, che la vera radice termina alla mia retta I H, e così ſò ſino al punto H, punto ove terminano tutte le differenze; ora da queſta ipoteſi dell'Avverſario ne verrebbe l'aſſurdo, cioè, che la ſomma delle radici ſarebbe in due luoghi diverſi, cioè nella Parabola Apolloniana, ove non ſono in proporzione aritmetica, e nel mio rettilineo, ove ſono in proporzione aritmetica l'intercette frà 1 e 2, le intercette frà 2 e 3 &c. ciocchè ripugna alla proprietà dell'infinito; perchè io ho dimoſtrato, che le poſſibili radici de i poſſibili quadrati intercetti fra AB1, ed AG4 ſono ne'limiti delle radici intercette, frà BI1, e G H 2, e terminanti alla retta I H, perche ſono in proporzione aritmetica.

Ma poſcia dimoſtro, che le differenze frà le paralelle terminanti alla retta I H, e le paralelle terminanti fuori della

retta I H, come per esempio sono le differenze d O, n o, q s, e le altre, si diminuiscono all'infinito, perche le differenze divengono sempre minori, quanto più la I H si avvicina alla perpendicolare H X, e nel punto H svaniscono tutte le differenze; onde per l'accennato Assioma del metodo degl'Indivisibili, le radici terminano alla mia retta I H; questa proprietà poi io l'ho anche dimostrata con un calcolo numerico, col quale ho fatto vedere, che le differenze delle paralelle terminanti fuori della mia retta I H, e le terminanti alla mia retta I H, si diminuiscono sempre, poi si riducono ad una quantità minore d'ogni immaginabile quantità, e nel punto H svaniscono in tutto. Questo calcolo si legge alla *pag.* 19. del *Tomo* 1. delle mie Opere Mattematiche, ed alla *pag.* 34. del mio Libro *Duplicationis Cubi demonstratio.*

Fig. II. La quarta proprietà è, che io dimostro, che ogni radice terminante alla mia retta I H cade al punto estremo del suo quadrato, perche se per esempio m n fusse radice di A S nell'infinito l'unità B I sarebbe radice di una ascissa minore del parametro A B, e dello stesso modo dimostro, che se S d fusse radice di A m, m n sarebbe radice di A p; onde nell'infinito G H 2 sarebbe radice di un quadrato maggiore di AG 4; per conseguenza delle accennate propietà sembra, che cominciando nel punto I una nuova serie di paralelle in proporzione aritmetica, la Parabola Apolloniana giunta al punto I per andare nel punto H debba far angolo curvilineo nel punto I.

La quinta propietà è, che le paralelle intercette frà B I, e G H, e terminanti alla retta I H, sono in una serie di proporzione aritmetica diversa dalla serie di proporzione aritmetica, nella quale sono le paralelle terminanti all'ipotenusa A I, perche le prime sono nella serie del Triangolo yGH, e le seconde sono nella serie del Triangolo A B I.

La sesta propietà è, che nel lato B I termina in tutto la serie delle paralelle terminanti all'ipotenusa A I, e nel punto I comincia la nuova serie delle paralle terminanti alla linea retta I H, la quale è porzione dell'ipotenusa y H, dalla qual cosa sembra, che se ne deduca, che nel punto I cominci una nuova curva, appunto come comincia una nuova serie

rie di paralelle terminanti alla mia linea retta I H, onde sembra altresì, che 'l perimetro della parabola debba far angolo curvilineo nel punto I, e per ultimo sembra, che nelle nostre Opere Mattematiche, e nel nostro libro *Duplicationis Cubi demonstratio*, noi abbiam chiaramente dimostrato, che le applicate terminanti alla Parabola Apolloniana non abbiano le propietà, che se l'assegnano, e che il vero perimetro della Parabola si componga delle nostre linee rette, che sono pezzi d'ipotenuse. Passiamo ora alla seguente nostra difficoltà intorno alla costruzione della Parabola.

Difficoltà Seconda.

SI pregano i Signori Moderni Geometri a dimostrare, come supponendosi, che gli eccessi sopra le mie paralelle S d, m n &c. i quali sono d O, n o, q s, divenendo sempre minori quanto più il perimetro della parabola si avvicina al punto H, si possa, senza aver bisogno di ricorrere alla misura, dimostrare, che descrivendosi la parabola con lo stromento composto, il quale genera due triangoli simili, niuna applicata possa terminare in un punto della linea retta I H intercetta frà il punto I, punto estremo di B I unità, e frà il punto H punto estremo di G H2, dalla qual cosa ne avverrebbe, che una Curva toccasse in trè punti una linea retta, ciocch' è assordo. *Fig. II.*

E' sembra, che per dimostrare, senza bisogno di misura, che la Parabola supposta descritta non possa toccare la mia linea retta I H in altri punti, che ne i tre punti AI, ed H, sia necessario di determinare quanta sia la lunghezza di tutti gli eccessi d O, n o, q s, e di tutti gli altri eccessi fino a G H 2, ove tutti gli eccessi finiscono; ed eccone la pruova. *Fig. II.*

Perche la mia linea retta I H si avvicina fino all'infinito alla perpendicolare H X, gli eccessi d O, n o, q s, k u, e tutti gli altri divengono all'infinito minori quanto più si avvicinano al punto H, ciocchè vale a dire, che le differenze frà le paralelle S d, m n, p q, t k, e le applicate terminanti alla parabola divengono all'infinito minori, quanto più si avvicinano al punto H; dunque è necessario, che la rega

mo-

mobile, e paralella dell'istromento composto, o sia meccanico, mentre scorre per la retta A X additi per la via de'triangoli simili sin'all'infinito le minime differenze, che sono frà le mie paralelle terminanti alla mia retta I H, e le applicate terminanti al perimetro della parabola. Ma è assioma del metodo degl'Indivisibili, che delle differenze minori d'ogni immaginabile quantità non si abbia conto, quando quelle nell' infinito si riducono a niente; dunque se le applicate terminanti alla parabola, prima di giungere in H si riducono con le mie paralelle ad una differenza minore d'ogni immaginabile quantità, parmi che possa dirsi, che la parabola tocca la mia retta I H in più di tre punti. E per esempio io dico, che per la descrizione con lo stromento meccanico il perimetro della parabola toccarà la linea retta I H nel punto I, e ciò perche l'eccesso I sarà una quantità minore d'ogni immaginabile quantità. Vorrei ora sapere, come il compasso meccanico in virtù de'Triangoli simili darà la differenza frà la paralella terminante alla retta I H, e quella, che termina nell'eccesso I, ch'è una quantità minore d'ogni immaginabile quantità; ma al certo bisogna, che 'l difensore della descrizione in piano della Parabola, o misuri quanto l'applicata esce fuori della retta I H, o dimostri quanto deve uscir fuori della retta I H, e lo stesso bisogna, che faccia in ogni applicata; onde sembra, che la descrizione in piano della Parabola, fatta con lo stromento meccanico non si possa chiamar geometrica.

Fig. II. Sembra altresì, che in virtù di queste mie due difficoltà la parabola Apolloniana non possa immaginarsi descritta, imperciocchè parmi, che la mente non possa immaginare le diverse lunghezze degli eccessi d O, n o, q s, k u &c., mẽtre non si sa la proporzione, che hanno frà loro le applicate determinanti al perimetro della parabola Apolloniana, ed a cagion d'esempio: il cerchio io posso Immaginarlo descritto senza misurare, perche sò, che i semidiametri devono essere tutti uguali fra loro, e sò altresì, che ogni radice terminante alla periferia è media proporzionale frà le parti del diametro: ma all'incontro nella parabola Apolloniana, nella quale non sò quale debba esser la vera lunghezza degli eccessi d O, n o, q s, k u &c. non sò, come si possa immaginare descritta, nè come si pos-

sa

ſa deſcrivere, mentre abbiam dimoſtrato, che niuna radice terminante al ſuppoſto perimetro della parabola cade al punto eſtremo del ſuo quadrato. Si pregano dunque i Signori moderni Geometri a riſolvere le antecedenti mie due Difficoltà.

Doppo le proprietà da me narrate del mio rettilineo parabolico piano legitimamente deſcritto per Euclide, ſi pregano i Signori Moderni Geometri ad inſegnarci a deſcrivere con lo ſtromento meccanico, o con la rega, o col compaſſo, o con qualche altro loro ſtromento, la parabola Apolloniana, per modo, che ſi poſſa immaginar deſcritta, come s' immagina deſcritto il Cerchio, il quale s'immagina deſcritto, ſenza mai aver biſogno di ricorrere alla meccanica miſura.

CONCLUSIONE.

DA quello, che nelle antecedenti noſtre Difficoltà, e nel noſtro Epilogo abbiam fatto, le due ſeguenti coſe ſe ne deducono.

La prima, che ſe i Signori moderni Geometri vogliono pertinacemente ſoſtenere, che la deſcrizione in piano, ch'eſſi fanno della parabola Apolloniana, ſia Geometrica, biſogna, ch'eſſi facciano conoſcer falſa, e non geometrica la mia deſcrizione del rettilineo parabolico piano, perche io ho dimoſtrato, che ſolamente ſupponendoſi deſcritto il mio rettilineo, ſenza conſiderare le propietà, che a quello io aſſegno, la deſcrizione della parabola Apolloniana è meccanica, e poſcia ho dimoſtrato, che la parabola Apolloniana non ſolo non ſi può deſcrivere, ma che nemmeno ſi può immaginar deſcritta.

La 2. ſe i Signori Moderni Geometri vogliono negare le proprietà, che io aſſegno al mio rettilineo, biſogna, che dimoſtrino falſe le dimoſtrazioni da me fatte nel libro delle mie Opere Mattematiche, ed in quello *Duplicationis Cubi demonſtratio*, diretto alla Regia Società d'Inghilterra; ovvero, che dimoſtrino, che non ſia geometrico il metodo degl'Indiviſibili, perche ſe una di queſte due coſe eſſi non dimoſtrano, non poſſono negare, che le proprietà, le quali eſſi aſſe-

assegnano alla Parabola Apolloniana, si ritrovano nel mio rettilineo parabolico piano, in virtù del quale in appresso ho sciolto felicemente il Problema della Duplicazione del Cubo, come si vede ne' due Libri da me accennati.

Intorno poi al metodo degl' Indivisibili certamente i Signori moderni Geometri non lo negaranno, a cagion che tutti lo hanno ricevuto per geometrico, ma questo ne meno a me basterebbe, perche ho veduto con esperienza, che anche la moltitudine de i Mattematici inciampa in errore; ma quello, che mi persuade si è, che la Invenzione, come anche il metodo degl'Indivisibili, sono fondati sopra Euclide, a cagion che Euclide nel XII. Libro approva per dimostrate quelle Proposizioni, nelle quali le differenze giungono ad una quantità minore di ogni immaginabile quantità; e perche io nelle mie Proposizioni dimostro, che le differenze si diminuiscono fino ad una quantità minore d'ogni immaginabile quantità, e poi svaniscono in tutto, il metodo degli Indivisibili si può chiamare dimostrato per Euclide, e la mia Duplicazione del Cubo si può chiamare dimostrata per Euclide, e per il metodo degl'indivisibili; oltre a ciò alla *pag.* 105. *Tom.* 2. del Libro delle mie Opere Mattematiche io ho dimostrato, che il metodo degl'Indivisibili è ugualmente geometrico, che quello di Euclide, ed in un'altro mio Scritto ancora inedito insegnando in particolare le Proposizioni del metodo, ho dimostrato lo stesso. Prego ora quei Signori moderni Geometri, i quali sono indifferenti, e finceri a giudicare se si poteva, senza taccia di poca sincerità far silenzio sopra una invenzione della fatta, ch'è la mia; E se i Signori Geometri Italiani potevano, senza taccia di viltà, tralasciare di farsi gloria della mia invenzione contro le Accademie Oltramontane, le quali sempre tentano di oscurare la gloria della nostra Italiana Sapienza.

Ma non voglio già tralasciare di dire, che 'l mio Lettore per esaminare se le antecedenti propietà del mio rettilineo siano sussistenti, o insussistenti, deve considerare le opposizioni, le quali si leggono dalla *pag.* 76. fino a tutta la *pag.* 92. del mio Libro: *Duplicationis Cubi demonstratio &c.* perche in quelle ci vedrà i nobili sforzi di un Professore, il quale

mi

mi fà 5. oppoſizioni, ogn'una diverſa dall'altra, e ſoſtiene con i non inteſi di geometria di non aver errato in niuna di quelle, e vedrà, che quel mio oppoſitore è inventore di una nuova analogia da niun Geometra mai penſata, perche dalla ſua prima oppoſizione ſe ne deduce la ſeguente analogia, cioè che 3 ſia a 6, come 1. è a 4. Vi ſi vedono le oppoſizioni, che 'l celebre P. D. Guidon Grandi Lettore di Mattematica nella Celebre Univerſità di Piſa mi fece l'anno 1714., o 1715., quando io publicai la mia Invenzione, ed in quelle è da oſſervarſi che 'l nomato Padre mi opponeva, che al mio rettilineo non vi erano le radici de'quadrati minori dell'unità, al che io riſpoſi che quelle radici io non le ſuppongo nella mia ipoteſi, e che non mi ſono neceſſarie per la mia Duplicazione del Cubo; ed inoltre dimoſtrai, che il mancare il mio rettilineo delle radici de'quadrati minori dell'unità è perfezione, e non difetto del mio rettilineo. Vi ſi vede per ultimo una oppoſizione del Celebre, e dottiſſimo Signor Conte Fagnani fatta per calcolo analitico, alla quale io ho riſpoſto, e nel riſpondere non ho avuto roſſore di dire, che ſu 'l bel principio io avevo preſo errore nell'interpretare la ſua difficoltà, cioche fà vedere, che io non vanto il dono dell'infallibilità, e molto meno quello della Sapienza univerſale, come vantano alcuni Signori Profeſſori.

Difficoltà Terza.

Intorno alla Triſezione dell' Angolo, che fà Renato Des-Cartes alle pag. 91., e 92. lib. 3. della ſua Geometria.

IO prego i Signori Moderni Geometri difenſori della Geometria di Renato a fare la dimoſtrazione Sintetica alla coſtruzione, che fà Renato alle pag. 91., e 92.

A queſta mia dimanda non poſſono i Signori Geometri tralaſciar di ſodisfare, imperciocche non eſſendo i Geometri obligati ad intender l'Algebra ſpecioſa, ed all' incontro i Signori Algebriſti eſſendo obligati ad intendere la

Geometria Sintetica, ſe i Signori Algebriſti doppo fatte le loro coſtruzioni negaſſero di fare le dimoſtrazioni Sintetiche potrebbero eſſer incolpati del difetto di eſſer ſemplici calcolatorj prattici, i quali non intendeſſero la Geometria Sintetica, in vece, che il Geometra Sintetico, il quale ingenuamente confeſſaſſe di non intendere l'Algebra, non correrebbe riſchio di non eſſer riputato Geometra.

Or uno di quei Geometri, che hanno diritto di dimandare la dimoſtrazione Sintetica, ſono appunto io, e ciò perche io dichiaro di non eſſere eſperto nell' Algebra ſpecioſa di Renato, onde poſſo a buona ragione pregare i Signori Geometri Renatiſti a fare la da me richieſta dimoſtrazione Sintetica. Con tutto ciò, perche ne' primi anni di mia giovinezza io ancora ſtudiai la Geometria di Renato, e con ciò pratticai l'Algoriſmo, e le coſtruzioni, ſono andato tentando di fare io ſteſſo la dimoſtrazione Sintetica alla nomata Triſezione dell' Angolo; ma o perche mi ſono dimenticato molto la Geometria di Renato, o per altra cagione, non mi è riuſcito di poterla fare, anzi mi è paruto, che nella coſtruzione, che fà Renato, non ſi adempiſſero le proprietà richieſte nell' Analiſi, onde la dimoſtrazione Sintetica fuſſe impoſſibile a farſi; può dunque avvenire, che come dimentico già dell' Algebra ſpecioſa io ſia in molti errori inciampato, quando ho tentato di fare la dimoſtrazione Sintetica; con tutto ciò però non voglio tralaſciare di narrare quello, che ho fatto, e le difficoltà, che ho incontrate alla coſtruzione, che fà Renato, e ſpero, che i Signori Geometri Renatiſti compatiranno ogni errore, che io poſſa aver preſo sù la conſiderazione di aver io trattata una materia da me da lunghiſſimo tempo poſta in oblio, e ſpero altresì, che ſi degnaranno di ſodisfare i miei dubbj con la dimoſtrazione Sintetica da me richieſta.

Difficoltà

Che da me si sono incontrate, quando ho tentato di fare la dimostrazione Sintetica alla Trisezione dell' Angolo, che fà Renato.

ACciò si possa da i Signori Moderni Geometri vedere se io mi sono bene apposto all' intenzione di Renato narrerò in breve quello, che mi è paruto, ch' egli facesse nella soluzione di questo Problema.

NARRAZIONE

Del modo, col quale, per mio avviso, Renato Des-Cartes fà la seguente Trisezione dell' Angolo.

REnato alla pag. 91. lib. 3. della sua Geometria; ove dice: *similiter si dividere velimus angulum, &c.* fà la Trisezione dell' Angolo nel seguente modo: *Fig. III.*

Egli a guisa degli Analitici fà prima l' Analisi, e suppone, che l'Angolo N O P sia diviso in trè parti uguali, poi tira i suoi semidiametri O Q, ed O N, tira la sottensa N P, e poi fà la seguente denominazione.

N O ∞ 1.
N P ∞ Q
N Q ∞ Z

Ed in questo modo egli ha fatta la supposizione, nella quale suppone già fatto quello, che si deve fare secondo il modo usato dagli Analitici, e perciò suppone, che N Q, ovvero Z sia la sottensa dell' Arco N Q, terza parte dell' Angolo, o sia dell' Arco N O P, e questa sottensa N Q, egli chiama sottensa del Triente: *Subtensa Trientis*, dic'egli.

Indi a fine di vedere, quali debban esser le proprietà, che deve avere la N Q supposta per Analisi, sottensa dell' Arco Triente, fa la seguente equazione.

$Z^3 \infty * 3Z - Q.$

Poscia ordina di tirarsi le trè linee N Q, O Q, ed O T, e dimostra, che se la N Q fusse la vera sottensa dell' Arco Triente N Q, cioè la terza parte dell' Arco N Q P, la R S dovrebbe esser il Cubo di N Q, e che le due N Q, e Q R dovrebbero esser medie proporzionali frà il semidiametro N O preso per unità, ed R S cubo, e ciò perche sarà come N O ad N Q, cosi N Q a Q R, e come N Q a Q R, così Q R ad S R.

Fig. III. Poi dimostra, che la linea S Q sarà sempre paralella al semidiametro T O; ed oltre a ciò dimostra, che le trè sottense N Q, Q T, e T P meno R S saranno uguali alla sottensa N P, onde ne viene per conseguenza, che la N P più R S sia uguale alle trè N Q, Q T, e T P; ed eccone la sua dimostrazione, fatta però per calcolo.

N O ∞ 1
N Q ∞ Z
Q R ∞ Z Z
& R S ∞ Z^3

E perche è solamente R S, o sia Z^3 quella, la quale impedisce, che la N P, la quale è Q, sia tripla della N Q, ch' è Z, conclude, che la sottensa N P è uguale alle trè N Q, Q T, e T P meno R S, e questa quantità la esprime con la seguente equazione.

$Q \propto 3Z - 3^3$ — ovvero $Z^3 \propto {}^* 3Z - Q$.

Ciocche vale a dire N P più R S uguale ad N Q, Q T, e T P, ovvero N Q, Q T, e T P meno R S uguale ad N Q. Dimostra poi, che se la sottensa N Q fusse la sottensa dell' Arco Triente, i trè Triangoli N O Q, N R Q, S R Q dovrebbero esser simili.

Da tutto questo si vede, che Renato supponendo all'uso degli Analitici la cosa fatta, dimostra, che se l'Arco è diviso in trè parti uguali, le due N Q, e Q R devono esser le due medie frà O N, e R S, e tutte le proprietà, ch' egli spiega in questa Analisi, sono per mio avviso, vere, e sussistenti. Questa, che abbiam narrata, è l'Analisi di Renato. In appresso egli fa la costruzione a fine di trovare la vera lunghezza, che appartiene alla sottensa Triente dell' angolo N O P.

Indi

Indi per fare la costruzione Renato descrive la parabola A g G, la quale s' interſega col Cerchio A G F ne' punti g, G, F, e perciò produce due radici vere, che ſono k g, D G, e F L radice falſa, e con ciò penſa trovare, che la ſeconda radice D G è ſottenſa Triente dell' Arco N V P, e che k g è la vera ſottenſa Triente del reſtante Arco N Q P, e che la radice falſa F L è uguale alle due ſottenſe N V, e Q N preſe inſieme. Queſta, che abbiam narrata, è la coſtruzione, che fà Renato. Narraremo ora le difficoltà, che noi abbiam incontrate, quando abbiam tentato di fare la dimoſtrazione Sintetica. *Fig. III.*

Difficoltà

Intorno all' antecedente Triſezione di Renato.

IO ſuppongo, che Renato non dimoſtri in virtù della ſua coſtruzione qual debba eſſer la vera lunghezza della ſottenſa Triente dell' Arco N Q P, ovvero dell' angolo N O P, e ciò a cagione, che nella coſtruzione non vi ſi trovano le condizioni ſpiegate nell' Analiſi; ed eccone la pruova. *Fig. III.*

Io mi ſon poſto a fare prima la dimoſtrazione Sintetica al Problema dell' Invenzione delle due medie, che fà Renato alla pag. 90. lib. 3. della ſua Geometria, e la feci felicemente, dato però per ſuppoſto, che la Parabola Apolloniana abbia le proprietà, che ſe le aſſegnano, ciocche ho dimoſtrato eſſer falſo; la cagione poi, per la quale feci la dimoſtrazione Sintetica felicemente, fù, perche prendendo Renato per parametro la linea minore data a, e per quarta proporzionale, o ſia cubo la quarta data q, le due F L, & L A erano le medie frà le due eſtreme a, & q; ma eſſendomi poi poſto a fare la dimoſtrazione Sintetica alla Triſezione dell' Angolo, che fà Renato pag. 92. non mi avvenne di poterla fare; ed eccone la ragione. *Fig. IV.*

Io penſai, che Renato nella ſua Analiſi aveſſe ſuppoſto, che per trovare la vera lunghezza della ſottenſa Triente nell' Angolo N O P ſi doveſſero per la coſtruzione ritrovare due *Fig. III.*

me-

medie continue proporzionali, le quali ſpiegaſſero le vere lunghezze di N Q, di N R, e di R S, cioè che N Q, & Q R fuſſero medie frà N O, & R S, onde mi diedi a cercare le due medie nella coſtruzione di Renato. Dirò ora, quantunque non ſia neceſſario, quel, che feci per ritrovarle, conſiderai eſattamente quel, che fà Renato nella coſtruzione, e ragionai nel ſeguente modo:

Fig. III. Renato ſuppone nella coſtruzione, che D G, & K g ſiano due radici vere, e che F L ſia radice falſa.

Poi ſuppone, che D G ſia uguale ad N V, e che N V ſia ſottenſa Triente dell' Arco N V P, e che k g ſia ſottenſa Triente dell' arco reſiduo N Q P, e che la radice falſa F L ſia uguale alla ſottenſa N V, & N Q. Dirò ora il modo, come tentai di fare la dimoſtrazione Sintetica a queſta coſtruzione di Renato.

Io cercai prima nella ſua coſtruzione le due medie, le quali doveano darmi note le vere lunghezze, che doveano avere nell' Angolo N O P, la Triente N Q, la radice Q R, come ſuppoſte nell' analeſi, medie frà il parametro N O, e'l cubo R S, e mi parve di vedere, che nella coſtruzione non vi ſi trovaſſero i due termini eſtremi, e nemmen le due medie; ed eccone la ragione.

Dicevo frà me ſteſſo, per Renato la radice vera D G è la vera lunghezza di N V, k g è la vera lunghezza di N Q: Dunque forſe A k ſarà la vera lunghezza di Q R, ovvero di R S, ma mi parve, che in niuno di queſti caſi ſi adempiſſero le condizioni propoſte nell' Analiſi; ed eccone la ragione.

Se io dico; ſia come il parametro N O, ad D G, così k g ad A k; queſta analogia non è vera, perche D G è radice di A D, & k g è radice di A k; onde non è come D G ad k g, così A D, ad A k; mi parve dunque, che nella coſtruzione non vi ſi trovaſſe la vera lunghezza, che deve avere la Triente N Q eſpreſſa nell' Analiſi.

Mi ſovvenne poi, che nella coſtruzione, come è il parametro N O ad k g, così k g ad A k, e diſſi frà me ſteſſo; dunque può eſſere, che Renato intenda, che k g ſia la vera lunghezza, che appartiene alla Triente N Q, & A k ſia la lunghezza, che appartiene al Cubo R S; ma poſcia incon-

trai

trai la seguente Difficoltà.

Nell' Analisi, N Q è il secondo termine della progressione, ed è radice del Cubo R S, ed il Cubo R S è il quarto termine; mà nella costruzione k g è secondo termine, ed Ak è terzo termine, e perciò nella costruzione ci manca sempre il quarto termine; onde ci manca la vera lunghezza del Cubo R S; confesso il vero, che queste difficoltà mi cagionarono nella mente grandissima confusione; mi ricordavo ancora, ch' è legge frà gli Algebristi questa seguente, cioè che nella costruzione vi si devono ritrovare adempite tutte le condizioni ritrovate per Analisi, ed all' incontro vedevo, che nell' Analisi le due N Q, & Q R doveano esser medie proporzionali frà il parametro N O, ed il Cubo R S, onde non avendo io potuto ritrovar le due medie nella costruzione rimasi confuso. Mi fù dunque per queste ragioni impossibile di fare alla costruzione di Renato la dimostrazione Sintetica in quella guisa, che la feci al suo Problema delle due medie continue proporzionali, al quale non trovai altra cosa da opporre, se non che si serviva della Parabola Apolloniana, la quale, come ho già detto, non ha esattamente se proprietà, che se le assegnano.

Mi parve poi, che Renato fondasse tutta la sua dimostrazione nel dire, che l'applicata D G era uguale ad N V, e che N V era sottensa Triente dell' Arco N V P, e che dà ciò egli ne deducesse, che K g era il vero valore di N Q, e che perciò era sottensa Triente dell' Arco residuo N Q P. *Fig. III.*

Mà in questa supposizione mi parve pure, che Renato commettesse un errore di petizione di principio, perche in questa supposizione si dà per dimostrata una cosa, che si deve dimostrare; ed eccone per mio avviso la pruova.

Io nego, che D G supposta uguale ad N V sia sottensa Triente dell' Arco N V P, e dico, ch'è sottensa Triente per esempio dell' Arco N V y. Nego altresì, che k g supposta uguale ad N Q sia sottensa Triente dell' Arco N Q P, e dico, che k g è sottensa Triente dell' Arco N Q Z. Prego i Signori Geometri Renatisti a dimostrarmi con dimostrazione Sintetica, che D G supposta uguale ad N V sia sottensa Triente dell' Arco N V P, e che N Q supposta uguale ad k g

sia

ſia ſottenſa Triente dell'Arco N Q P, ſolamente perche D G, & k g ſi ſuppone, che ſiano radici vere nella Parabola interſegata col Cerchio.

Ma poi vidi, che alla pag. 96. della ſua Geometria Renato fà una diſtinzione frà il modo, col quale prende le due medie frà due linee rette date, ed il modo, come fà la Triſezione dell'Angolo; la diſtinzione è la ſeguente.

Renato all' accennata pag. 96. lib. 3. lodando il ſuo metodo ſempliciſſimo, diſtingue frà le condizioni, che ſi ricercano per l'Invenzione delle due medie, e per quella della Triſezione dell'Angolo, perche per l'Invenzione delle due medie, egli domanda ſolamente due punti, i quali determinino due medie proporzionali frà due linee rette date; ed all' incontro per la Triſezione dell' Angolo egli domanda due punti, i quali dividano in trè parti un Arco dato; onde *Fig. III.* Renato ha inteſo, che i due punti G g, dando la D G per la vera lunghezza di N V, e K g per la vera lunghezza di N Q ſia ſciolto il Problema, ciocche non mi par che concluda; le parole di Renato alla pag. 96. ſono le ſeguenti. *Quod illa omnia ad duas conſtructiones reducantur, in quarum una duo ſimul puncta requiruntur, quæ inter duas datas lineas duas medias proportionales determinent; & in altera duo puncta, quæ datum Arcum in tres æquales partes dividant.*

La ragione poi, che Renato adduce in appreſſo della cagione, per la quale vi biſognano due punti per la Triſezione dell' Angolo, e dalla quale egli ne deduce, che i due punti danno i due Archi Trienti per la Triſezione, appunto come danno le due medie per lo Problema delle due medie, non mi pare valevole a perſuadere un Geometra, perche ſempre che queſti due punti ritrovati per l' interſezione di Cerchio, e parabola non danno per la Triſezione dell' Angolo le due medie richieſte nell' Analiſi, l' incorvatura del Cerchio, e l' incorvatura della Parabola non mi pare, che ſervano per la ſoluzione del Problema. Per conſeguenza dunque di queſto, che ho detto, di nuovo io riſpondo, che queſta propoſizione, cioè, che i due punti G g dividano gli Archi N V P, e N Q P ognuno in trè parti uguali, ha biſogno di dimoſtrazione, e perciò prego i Signori Geometri

a di-

a dimoſtrarlo con dimoſtrazione Sintetica. Il modo poi come Renato in appreſſo fà le coſtruzioni ſino alla ſeſta dimenſione, parmi, che faccia chiara pruova più della confuſione della ſua Geometria, che della ſemplicità, della quale egli ſi vanta. Paſſiamo ora alle altre mie richieſte.

PROBLEMA.

Si pregano i Signori Moderni Geometri di eſaminare ſe ſia poſſibile di ſciogliere il Problema della Triſezione dell' Angolo per la via delle due medie continue proporzionali, e con ciò ſupplire a quello, che ha mancato Renato nella ſua Triſezione dell' angolo.

Si pregano ancora di eſaminare ſe vi foſſe un modo di ſciogliere il Problema della Triſezione dell' Angolo per una via tutta dimoſtrabile per gli Elementi di Euclide, ſenzache in quella vi foſſe biſogno di conſiderare i perimetri de' miei rettilinei parabolici piani, o cubici, e nemeno il perimetro della Parabola Apolloniana, nè quello della Parabola Cubica, ne altre linee curve.

Io sò bene, che in leggendo queſta mia richieſta i Signori Geometri Carteſiani grideran forte, come han gridato alla mia Duplicazione del Cubo, perche vedendo eſſi alla pag. 97. della Geometria Carteſiana, che Renato aſſeriſce con le ſeguenti parole, che non ſi può in natura ritrovar via più ſemplice della ſua, di bel nuovo mi dipingeranno per ſtravagante; ma sò certo che poi faranno ſilenzio, come lo han fatto alla Duplicazione del Cubo. Le parole di Renato, che mi fan guerra, ſono le ſeguenti: *Affirmare enim audeo, nullam, quæ huic effectui inſervire queat, ſimpliciorem in rerum natura inveniri*. Per queſte parole ſi maraviglieranno di bel nuovo, che io proponga una via più ſemplice di quella di Renato. Ma di grazia, perche non maravigliarſi, che Renato abbia oſato aſſerire ſenza provarlo, che non ſi poſſano per via tutta geometrica ſciogliere i Problemi della Duplicazione del Cubo, e quello della Triſezione dell'Angolo, quando nè Archimede, nè Pappo Aleſandrino, nè alcun altro Geometra antico han oſato aſſerirlo,

anzi di più Platone lo ha dichiarato non solo possibile, ma forse facile. Leggasi nel nostro Libro *Duplicationis Cubi demonstratio, &c.* la lettera da me diretta alla Regia Società d' Inghilterra, e si vedrà da me provato, che niuno degli Antichi ha dichiarato impossibili gli accennati Problemi, ma in vece di ciò tutti han desiderata, e tentata la soluzione di quei Problemi.

PROBLEMA.

IO penso, che si possa dimostrare per un certo metodo di considerare da Metafisico le proprietà geometriche, che il Problema della quadratura del Cerchio sia Problema impossibile a risolversi. Questo però non lo asserisco certamente.

Prego i Signori Moderni Geometri ad esaminare questa mia proposizione, e dichiararmi sù di ciò il loro sentimento. Passiamo ora alle seguenti mie difficoltà.

Difficoltà Quarta.

IO dimando se la Proposizione terza, che fà il Padre Andrea Tacquet nel suo trattato *Theoremata selecta ex Archimede* è dimostrazione perfettamente geometrica, o nò, per modo che si possa dire, che i poligoni inscritti dentro il Cerchio, e descritti fuori del Cerchio terminano perfettamente nel Cerchio così sicuramente, e con l'istessa esattezza geometrica, come si dice, che trè angoli d'un triangolo sono uguali a due retti.

Se mi si risponde, che la Proposizione, che fà Archimede, è dimostrata geometricamente, come la trentedueſima del primo, io fò la seguente dimanda.

Difficoltà Quinta.

IO prego quelli Signori moderni Geometri, i quali asseriscono per dimostrata l'accennata proposizione terza d'Archimede,

mede, di dichiarare perche ricusano di ricevere per geometricamente dimostrata la mia prima proposizione della Duplicazione del Cubo, nella quale io dimostro il mio assunto assai più perfettamente, che non è l'esattezza della dimostrazione dell'accennata terza Proposizione, ed eccone la pruova.

Nell' accennata Proposizione Archimede dimostra, che il Poligono inscritto dentro il Cerchio, ed il Poligono descritto fuori del Cerchio, si avvicinano al Cerchio per una quantità minore d' ogni data quantità, e da ciò ne conclude, che i Poligoni terminano nel Cerchio, ma che i Poligoni terminino nel cerchio, lo pone per falsa ipotesi.

Or io nella mia Duplicazione del Cubo, così nel Libro delle mie Opere Mattematiche, come nella proposizione terza del mio Libro *Duplicationis Cubi Demonstratio*, *&c.* ho dimostrato, che quando i Signori Moderni Geometri supponendo contro Galileo l'asse diviso in parti uguali, e razionali, pretendono, che le vere radici terminino fuori della mia retta I H, ho dimostrato, dico, che le applicate *Fig. II.* terminanti al perimetro della parabola nell' infinito terminano tutte nella mia linea retta I H, a cagione, che come ho detto nella mia seconda difficoltà, le differenze frà le radici terminanti alla mia retta I H, e le applicate, che si suppongono terminare al perimetro della parabola, si diminuiscono all' infinito, si riducono ad una quantità minore d' ogni data, e d' ogni immaginabile quantità, e nel punto H svaniscono in tutto, e si riducono a nulla, ed ho dimostrato, che ciò avviene, perche quando la linea Y G si suppone divisa in punti, o parti infinite, la somma delle applicate possibili, e de' possibili quadrati intercetti frà A B 1., e A G 4. non può contenersi in altro luogo, che nell' ambito del rettilineo B I H G, a cagione, che le paralelle contenute nell' ambito B I H G sono precisamente tante quante sono i punti della B G; tutto questo lo abbiamo dimostrato nelle nostre accennate Proposizioni. Dimando ora, perche quelli Signori Moderni Geometri i quali ricevono per dimostrazione geometrica la proposizione d'Archimede spiegata da Tacquet, nella quale la differẽza minore d'ogni

data quantità frà il Cerchio, ed il Poligono, non ſi riduce mai a nulla, ricuſano poi di ricevere la mia dimoſtrazione, nella quale le differenze frà le mie paralelle terminanti alla retta I H, e le applicate terminanti al perimetro della parabola ſvaniſcono in tutto, e ſi riducono a nulla. Farò vedere in appreſſo, che queſta proprietà è quella la quale fà sì, che il metodo degl' indiviſibili ſia perfettamente geometrico come Euclide, e che all' incontro la dimenſione del cerchio d' Archimede non ſia geometrica come tutti i Geometri ſanno, e farò vedere come ſi debba diſtinguere frà le dimoſtrazioni pure geometriche, e quelle che non ſono perfettamente geometriche, ma che con tutto ciò ſono appunto come ſon quelle d'Archimede da riputarſi degne d'eterna gloria.

Difficoltà Seſta.

IO prego i Signori Moderni Geometri Algebriſti, e Carteſiani a dichiarare ſe ſuppongono, che le dimoſtrazioni, che fà Archimede nel ſuò trattato *de Sphæra, & Cylindro* ſiano perfettamente geometriche,

Se riſpondono, che ſono perfettamente geometriche, io narrerò le ſeguenti mie difficoltà, acciò quei Signori, i quali le credono perfettamente geometriche, ſi degnino d'iſchiarire sù di quelle la mia mente.

Non vi è ſtato fin' ora, che io ſappia, alcun Geometra, il quale abbia detto, che la quadratura, o ſia la dimenſione del cerchio, che fà Archimede, ſia geometricamente dimoſtrata, perche ſe foſſe perfettamente geometrica, noi non deſidereremmo più di ritrovare una linea uguale alla periferia del Cerchio, o una figura uguale ad una porzione di quello; dunque Archimede non ha quadrato il Cerchio, ma con tuttociò ha acquiſtato una gloria immortale, quando ha ritrovato per approſſimazione, che il diametro ha alla periferia del Cerchio la proporzione di 7. a 22. con alcune frazioni, e che abbia acquiſtato una gloria immortale è certiſſimo, perche vediamo, che tutti i Geometri di quella uti-

utiliſſimamente ſi ſervono. Ora la cagione per la quale la dimenſione del cerchio, che fà Archimede non è perfettamente geometrica è, perche egli ſuppone per ipoteſi prima, che il poligono inſcritto, e il poligono circonſcritto terminino perfettamente nella periferia del cerchio, e ciò fà a fine di poter poi prendere quella porzione, che gli viene più commoda per ritrovare in numeri la proporzione più proſſima al vero. Ora queſta ipoteſi ſpiegata da Tacquet nella terza propoſizione non è geometricamente vera, perche frà il poligono inſcritto, ed il cerchio vi rimane ſino all' infinito una porzione di cerchio, la quale benche ſia minore d' ogni immaginabile quantità è ſempre porzione di cerchio, dunque la cagione, per la quale la dimenſione del cerchio, che fà Archimede, non è col rigore geometrico dimoſtrata, è, perche egli ſuppone per ipoteſi, che i poligoni inſcritti, e circonſcritti terminino perfettamente nella periferia del cerchio, ciocche non è vero.

Ma il trattato *de Sphæra, & Cylindro* dipende immediatamente dalla quadratura del Cerchio, che fa Archimede, perche in queſto egli ſuppone, come ha ſuppoſto in quello, che i Poligoni inſcritti, e circonſcritti terminino nella periferia del Cerchio, con la differenza di una quantità minore d' ogni immaginabile quantità; e da queſta ipoteſi poi egli ne deduce la propoſizione 24. di Tacquet, cioè, che la ſuperficie di qualunque ſfera è quadrupla del Cerchio maſſimo dell' iſteſſa ſfera. Dunque mentre le dimoſtrazioni delle propoſizioni del trattato *de Sphæra, & Cylindro* d'Archimede, dipendono dall' iſteſſa ipoteſi, dalla quale dipende quello della dimenſione del cerchio, biſogna dire o che tutti due gli accennati trattati ſono geometricamente dimoſtrati, o biſogna dire, che ne l'uno, ne l'altro ſono geometricamente dimoſtrati.

Ma che il trattato *de Sphæra, & Cylindro* dipenda da quello della dimenſione del Cerchio d' Archimede, lo dichiara lo ſteſſo Tacquet, ed ecco come.

Alla pag. 244. Tacquet dopo avere inſegnato il calcolo, che fà Archimede per la dimenſione del Cerchio, fà un ſcholio, e dice: *Propoſitionis jàm traditæ fructus eximii,*

ſunt

ſunt hi, qui ſequuntur. Poſcia egli và inſegnando, come la ſuperficie de i ſolidi terminino alla ſuperficie degli altri ſolidi, e la dimenſione del Cilindro, e de i Coni la dichiara eſpreſſamente dedotta dalla dimenſione del cerchio, onde deve dirſi che lo ſteſſo Tacquet intenda, che il trattato *de Sphæra, & Cylindro* dipende da quello della dimenſione del cerchio, mentre tratta tutte le ſeguenti propoſizioni come frutti delle propoſizioni ſpiegate nel Trattato della dimenſione del Cerchio; ed in pruova di ciò, per ſpiegare la dimenſione de i Coni, e de i Cilindri egli pone per ipoteſi la ſettima Propoſizione, nella quale egli ſuppone, che gli ambiti de i Poligoni ſimili inſcritti nel cerchio terminino alla periferia del cerchio, ipoteſi, la quale è l'iſteſſa, che quella, che ha ſuppoſto nella dimenſione del cerchio, e nelle ſeguenti Propoſizioni cita l' ipoteſi; poſcia paſſa a ritrovare la proporzione frà le ſuperficie de'ſolidi, e le figure rettilinee, ſempre però ſupponendo la differenza di una quantità minore d' ogni immaginabile quantità frà le ſuperficie circolari, e le figure rettilinee inſcritte, e circonſcritte. Biſogna dunque dire o che la dimenſione del Cerchio, che fà Archimede è geometrica, o ſe ſi concede, che quella non ſia geometrica, biſogna anco concedere, che il Trattato *de Sphæra, & Cylindro* non è geometrico.

Ma egli non è già, che il non eſſere rigoroſamente geometrico il trattato *de Sphæra, & Cylindro* faccia, che quella invenzione non ſia la più bella, e la più grande, che mai ſia ſtata fatta, perche ella è appunto, come dice lo ſteſſo Tacquet dopo la propoſizione 24., quella invenzione, la quale ha acquiſtata ad Archimede gloria immortale. Queſte dunque ſono le mie difficoltà intorno al rigore geometrico, che forſe altri poteſſe dire contenerſi nelle dimoſtrazioni del trattato *de Sphæra, & Cylindro*.

Ma quì forſe potranno dire tal' uni, che anco Euclide nelle dimoſtrazioni del XII. Libro dimoſtra, che la ſuperficie di un ſolido termina nella ſuperficie d' un altro ſolido con la differenza di una quantità minore d' ogni immaginabile quantità, e che perciò il trattato d' Archimede *de Sphæra, & Cylindro* ſia ugualmente geometrico, che le propoſi-

zio-

zioni d'Euclide; e quì prima rispondo, che ogn' un sà, che quelle propoſizioni del XII. libro nelle quali Euclide dimoſtra, che la ſuperficie di un corpo termina nella ſuperficie d'un'altro, con la differenza di una quantità minore d'ogni data quantità, non ſono perfettamente geometriche, e per ſecondo dico, che Archimede nel trattato *de Sphæra, & Cylindro*, non tenendo conto della quantità minore d'ogni immaginabile quantità, e ſupponendo per ipoteſi, come ha ſuppoſto nella dimenſione del Cerchio, che i Poligoni inſcritti, e circonſcritti ſiano uguali al Cerchio, non fà quello, che fà Euclide nelle Propoſizioni, che riguardano la sfera, perche ſe Euclide ſupponeſſe i Poligoni uguali al Cerchio, la quadratura del Cerchio ſarebbe già perfezionata. Adunque Archimede ſuppone una ipoteſi non vera in rigore geometrico, ciocche però non fà, che le ſue Invenzioni non ſiano degne d'immortal gloria, come abbiam già detto.

Or quì mi cade in acconcio di far vedere quanto ſia vero, che non poſſono mai far idea della dimoſtrazione geometrica que' tali Geometri, i quali invece di unire nella lor mente la metafiſica alla Geometria, legano la Geometria con i calcoli litterali, e pratici. A tal fine voglio riferire quì alcune conſiderazioni da me fatte in un trattato, che tengo quì inedito, col titolo: *Conſiderazioni Geometriche Logiche, e Metafiſiche sù degli Elementi di Euclide*, nelle quali inſegno qual ſia la vera idea, che ſi deve avere della dimoſtrazione.

CONSIDERAZIONI

Intorno alla vera idea, che ſi deve avere della dimoſtrazione Geometrica, e di quella, che non è perfettamente Geometrica.

LA dimoſtrazione vera geometrica è quella, la quale è in tutto uguale alla dimoſtrazione pura metafiſica, e tutte quelle pruove, che non ſono uguali alla dimoſtrazione pura metafiſica, non ſi poſſono a buona ragione chiamare dimoſtra-

ſtrazioni vere geometriche, ed eccone la pruova.

In metafiſica, nella quale ſi conſiderano le eſſenze puramente intelligibili, vero indubitato è ſolamente quello, che ſi dimoſtra eſſer uno, e vero indubitato, in quanto al modo dell' eſſere, è ſolamente quello, che ſi dimoſtra, che non può eſſere in altro modo, che in uno. Queſta è una verità indubitata per ſe medeſima, e noi l'abbiamo dimoſtrata nella noſtra Filoſofia alla noſtra prima Nozione di Logica, e nel noſtro libro della Difeſa della metafiſica degli antichi contro il Signor Gio: Locke. Paſſiamo ora alla ſpiegazione del vero in Geometria.

La dimoſtrazione geometrica è ſolamente quella, nella quale ſi conclude, che una proprietà appartenente alla quantità non può eſſer in altro modo, che in uno. Queſto Aſſioma è certiſſimo, perche ſe la mente concepiſſe, che la proprietà contenuta nella propoſizione poteſſe eſſere in qualche altro modo diverſo da quello, che ſi afferiſce nella propoſizione, il Geometra non rimarrebbe convinto della verità, che ſi afferiſce nella Propoſizione; Adunque hanno l'iſteſſa natura, e l'iſteſſa proprietà le dimoſtrazioni metafiſiche, e le dimoſtrazioni Geometriche, onde quelle dimoſtrazioni, nelle quali ſi conclude, che una proprietà appartenente alla quantità non può eſſere in altro modo che in quello, che ſi afferiſce nella Propoſizione, quella dimoſtrazione dico ſi deve chiamare dimoſtrazione Geometrica metafiſica. Quelle dimoſtrazioni poi, nelle quali ſupponendoſi per ipoteſi qualche coſa non vera ſi perviene ad una infinita approſſimazione al vero, ma non ſi giunge a quel vero, ch'è uno, ſi devono chiamare dimoſtrazioni ipotetiche, ſenſibili, e pratiche, ma non ſi poſſono chiamare Geometriche metafiſiche, a cagion che in queſte ſi ſuppone ſolamente l'ipoteſi generale, cioè che la quantità eſiſta, ed in quelle ſi ſuppone per ipoteſi una proprietà particolare, la quale non è vera. Daremo ora di queſte verità le prove ne i ſeguenti eſempj.

Le dimoſtrazioni de i ſei primi libri d'Euclide ſono tutte dimoſtrazioni Geometriche metafiſiche, perche in ogn'una di quelle dimoſtrazioni ſi conclude, che la proprietà aſſerita nella Propoſizione non può eſſere in altro modo che in uno,

ne

ne mai in quelle si considerano residui, ne differenze minori d'ogni data quantità, ne altra cosa; vero è bensì, che le proposizioni del quinto libro sono più assiomi, che proposizioni, e ciò perche la proporzione essendo una idea nota della mente, è più difficile a dimostrarsi, che non sono le proposizioni, le quali non sono alla mente in tutto chiare. Vi sono alcune altre difficoltà ne i sei primi libri d'Euclide, delle quali non è questo il luogo di ragionarne, avendone io ampiamente ragionato nell'accennato mio trattato *delle considerazioni Logiche Geometriche, e metafisiche sù degli elementi d'Euclide*. Non è poi quì il luogo di ragionarne, perche quello, che basta a me per prova del mio presente assunto è, che le dimostrazioni del sesto libro, sono dimostrazioni geometriche, e metafisiche a cagion che in quelle si conclude, che la proprietà non può essere in altro modo che in uno.

Le dimostrazioni poi del 7. 8. e 9. libro sono corollarj del quinto, e del sesto, perche non sono altra cosa che le proprietà degli elementi applicate a i numeri. Le dimostrazioni del decimo libro poi sono pur corollarj astrattissimi de i sei primi libri applicate alle quantità razionali, ed irrazionali; ma egli è nelle proprietà de i solidi, cioè del decimosecondo libro, ove molte proposizioni non si possono chiamare in tutto Geometriche, e metafisiche, a cagionche in quelle si suppone da Euclide, che una superficie termini in un altra con la differenza di una quantità minore d'ogni data quantità.

Le dimostrazioni poi de i trattati d'Archimede non sono dimostrazioni Geometriche Metafisiche, perche egli suppone, per falsa ipotesi com' abbiam già detto, che i Poligoni inscritti, e circonscritti terminino nel cerchio, con la differenza di una quantità minore d'ogni data quantità, la quale quantunque si diminuisca all'infinito, nell'infinito però non svanisce in tutto, ne mai si riduce a nulla, e poi di questa ipotesi si serve per provare, che la superficie d'un corpo termina nella superficie d'un'altro corpo. Dimostraremo ora, che il metodo degli indivisibili è metodo perfettamente Geometrico, e metafisico, come è quello de i sei primi libri d'Euclide.

Il metodo degl' indivisibili è perfettamente geometrico, perche egli differisce da quello d'Euclide solamente in

ciò, che Euclide dimostra in un solo punto una proprietà; ch'è generale in tutti i punti, ed all'incontro Bonaventura Cavalerio dimostra le proprietà nelle linee paralelle infinite, e negli infiniti cerchj concentrici. Ma è da osservarsi altresì, che il metodo degli indivisibili non sarebbe perfettamente Geometrico, se in quello non si osservasse il seguente Assioma, cioè, *che quando una proprietà particolare ripugna a qualche proprietà dimostrata nell'infinito, le differenze frà la proprietà contenuta nell'infinito, e la proprietà particolare si diminuiscono sempre, e nell'infinito si riducono a nulla*. Imperciocche in questa proprietà si dichiara, che se nella dimostrazione vi rimane qualche quantità benche minore d'ogni immaginata quantità, la quale, perche non si riduce a nulla, impedisce la perfezione dell' uno, quella dimostrazione non
Fig. II. è perfettamente Geometrica, e metafisica; e per esempio se nella mia Invenzione dopo che io ho dimostrato che nell' ambito del rettilineo B G H I vi si contengono tutte le possibili radici de i quadrati intercetti frà AB 1 e AG 4 io non dimostrassi che le differenze frà Sd e SO, frà m n & m o, frà pq & ps, e tutte le altre si diminuiscono sempre, e nel punto H si riducono a nulla, la mia dimostrazione sarebbe una dimostrazione pura metafisica, perche essendo dimostrato che tutte le possibili radici de i quadrati intercetti frà 1 e 4 si contengono nell'ambito di BIHG, rimarrebbe metafisicamente dimostrato, che niuna radice può terminare fuori dell'ambito BIHG, ma la dimostrazione non sodisfarebbe tanto il Geometra, il quale esamina le proprietà particolari, come lo sodisfa, quando si dimostra che le differenze frà le applicate particolari terminanti fuori della linea IH, e le terminanti alla linea IH si diminuiscono sempre, e poi si riducono a nulla. Ma perche io ho dimostrato, che le differenze si diminuiscono all'infinito, e poi si riducono a nulla, la mia dimostrazione è Geometrica, e metafisica, appunto come sono le dimostrazioni de i sei primi libri d'Euclide. E quì è vopo farsi la seguente considerazione, cioè, che la dimostrazione d'Archimede nemmeno è dimostrazione rigorosamente metafisica, perche non è per metafisica vero, che il Poligono descritto all' infinito termini perfettamen-

mente nel cerchio, per modo che gl' infiniti lati del Poligono terminino giuſtamente nella periferia, in vece che, come abbiam dimoſtrato, nelle proprietà del noſtro rettilineo v' è la perfetta metafiſica, e geometrica dimoſtrazione. Vogliamo ora additare in riſtretto le diſtinzioni, che ſi devono fare in Geometria, e come in virtù di quelle ſi deve giudicare della diverſa ſufficienza de' Geometri.

Le dimoſtrazioni geometricometafiſiche ſono quelle, nelle quali ſi ſuppone ſolamente l'ipoteſi generale, cioè che la quantità eſiſta o fuori di noi, o in noſtra mente, e poſcia nella dimoſtrazione ſi conclude, che la proprietà dimoſtrata non può eſſere in altro modo, che in uno, appunto come ſi fà ne' ſei primi libri d' Euclide. E quì è da conſiderarſi, che dopò che in metafiſica ſi è dimoſtrato, che la noſtra mente eſiſte, le dimoſtrazioni geometricometafiſiche ſono vere in lor medeſime ſe la quantità eſiſte fuori di noi, e ſe la quantità non eſiſteſſe fuori di noi, le proprietà dimoſtrate della quantità ſarebbero vere in noſtra mente, già dimoſtrata eſiſtente in metafiſica.

Le dimoſtrazioni ipotetiche, ſenſibili, e prattiche, come ſono quelle d' Archimede, quelle della Trigonometria, ed altre, ſono dimoſtrazioni fatte in conſeguenza non ſolo dell' ipoteſi generale, ma anco di una particolare falſa ipoteſi, e ſono dimoſtrazioni, le quali ſi approſſimano al vero all' infinito, e perciò ſono ingegnoſiſſime, ed utiliſſime, quantunque non ſiano dimoſtrazioni geometricometafiſiche.

Le dimoſtrazioni poi fatte per Algebra ſono pruove aritmetiche, le quali come dedotte dal calcolo non ſono dimoſtrazioni ſe non ſi dimoſtrano con la ſinteſi, e le proprietà, che ſi ritrovano per calcolo litterale, non mai ſomminiſtrano la cognizione di proprietà particolari, ed utili alla geometria, in quella guiſa, che le linee unite a' numeri ſomminiſtrano la cognizione di proprietà particolari.

Ora dopo queſta idea, che abbiam dato, della pura dimoſtrazione Geometrica Metafiſica, io addimando ſe ſi può, a buona ragione dire, che ſia dimoſtrazione geometrica metafiſica, come è la trentedueſima del primo libro d' Euclide, quella nella quale ſi ſuppone, per ipoteſi, che un Poligono

d' infiniti lati ſia uguale al cerchio, niun conto tenendoſi della differenza di una quantità minore d' ogni data quantità, la quale è frà il cerchio, ed il Poligono inſcritto, ovver circonſcritto, e dimando ſe le Propoſizioni del trattato *de Sphæra, & Cylindro*, nelle quali, perche dipendono dalla dimenſione del cerchio, ſi ſuppone l' iſteſſa ipoteſi. Prego dico, i Signori Geometri a dichiarare ſe le Propoſizioni del trattato *de Sphæra, & Cylindro* ſiano perfettamente geometriche, e metafiſiche, come lo è la trentedueſima del primo libro d' Euclide.

CONCLUSIONE

Biſogna dunque, che i Signori Geometri dimoſtrino, o che la dimenſione del cerchio, che fà Archimede, è perfettamente geometrica metafiſica, come lo è la trentedueſima del primo, ovver che dimoſtrino, che le dimoſtrazioni del trattato *de Sphæra, & Cylindro* non dipendono in modo alcuno da quello della dimenſione del cerchio, ed in prova di ciò faremo la ſeguente difficoltà.

Difficoltà Settima.

IO ſuppongo, che vi ſia uno il quale ritrovi un rettilineo perfettamente uguale alla ſuperficie d'un cerchio, appunto come trè angoli d'un triangolo ſono perfettamente uguali a due angoli retti, certamente queſta dimoſtrazione è quella, che ſi deſidera, ed è quella, che fà vedere, che la dimenſione del cerchio non è perfettamente geometrica, e che quella del trattato *de Sphæra, & Cylindro* non è geometrica, ſempre che dipende da quella della dimenſione del cerchio.

Or io addimando ſe l' invenzione di queſto rettilineo uguale al cerchio ſi potrebbe rifiutare da' Signori Moderni Geometri, ſolamente perche Archimede ha ritrovato un Poligono, il quale termina nella periferia del cerchio con la differenza di una quantità minore di ogni data quantità. Se mi riſpondano, che ſi potrebbe rifiutare, io dico che queſti

ſti tali Geometri non diſtinguerebbero la perfetta dimoſtrazione geometrica metafiſica dalla dimoſtrazione per approſſimazione all' infinito. Se mi riſpondono, che non ſi potrebbe rifiutare, io fò la ſeguente difficoltà.

Difficoltà Ottava.

APollonio ha trovato per lo mezzo delle ſue linee curve nate dalla ſezione del Cono le due medie continue proporzionali per approſſimazione, perche ci ha laſciato ſempre da deſiderare qual ſia il vero perimetro della Parabola, e delle altre ſue curve, mentre non ci ha inſegnato il modo di deſcriverle, ne di poterle imaginar deſcritte. Dimando ora ſe ſi poſſa rifiutare la mia Invenzione nella quale ho dimoſtrato, che tutte le radici poſſibili de i poſſibili quadrati intercetti frà 1 e 4 ſi contengono nell' ambito del mio rettilineo B G H I, ed in conſeguenza di ciò dimoſtro qual ſia il vero perimetro della Parabola, dalla qual coſa ne naſce, che la Parabola s' imagini deſcritta con la perfezione, con la quale s' imaginano deſcritte le figure d' Euclide. Ma ſe a queſto i Signori Moderni Geometri riſpondeſſero, che Renato ha deciſo contro di me, quando ha detto, che le curve d' Apollonio hanno eſattamente le proprietà; ſi riſponderebbe, che queſta propoſizione Renato l' ha aſſerita, e non dimoſtrata, e che non mai è ſtata ammeſſa da alcuno antico Geometra, non è ſtata ammeſſa da Vieta, e che Apollonio iſteſſo ſe ne riderebbe, ſe lo ſapeſſe, appunto, come abbiam già detto nell'antecedente Ragionamento.

EPILOGO.

DAlle antecedenti mie diſtinzioni ſe ne deduce, che la vera Geometria non può ſtar diſgiunta dalla Metafiſica, ma perche la Geometria pura ſarebbe ſterile per le arti, e per le pratiche, ſi ſtimano infinitamente quelle Invenzioni appoggiate a falſe ipoteſi sì, ma a dimoſtrazioni d' approſſimazione infinita, e tutt' ad un tempo utili alle pratiche,

che, ſenza però laſciar mai di deſiderare la dimoſtrazione Geometrica Metafiſica, appunto come hanno fatto i ſavj antichi Geometri, i quali perche avevano le vere, e giuſte idee della natura, e delle eſſenze delle ſcienze, e quelle de' loro limiti hanno ſommamente riputate le invenzioni d' Apollonio, e quelle d' Archimede, ma non mai hanno tralaſciato di deſiderare la Duplicazione del Cubo, e la quadratura del cerchio dimoſtrate con pura geometrica, e metafiſica dimoſtrazione.

Ma io sò bene, che i Signori moderni Geometri riſponderanno, che eſſi non ſolo non niegano, che la Geometria debba eſſere con la metafiſica congiunta, ma che eſſi ſi vantano di aver ritrovata queſt' arte di congiungere la Geometria con la Metafiſica; ed a queſto io riſpondo, che li prego di fare ancora queſta ſeguente diſtinzione intorno all' idea, che ſi deve avere della geometria metafiſica.

Uopo è ſaperſi, che quantunque la Metafiſica ſia una ſcienza, la quale ha per ogetto le verità aſtratte, ogni idea aſtratta però non è idea Metafiſica, e ciò perche vi ſono delle idee aſtratte, e ſofiſtiche, le quali ſembrano metafiſiche, e non ſon altro, che ſofiſtiche: di queſto ne dà un idea Platone nel Sofiſta de Ente, ove dice, che il Sofiſta è ſimile al Filoſofo, ma non è Filoſofo: dell'iſteſſo modo può dirſi, che i Geometri Sofiſti ſono ſimili a i Geometri metafiſici, ma che non ſono Geometri metafiſici. Diremo ora in breve la diſtinzione, che deve farſi frà l'aſtrazione metafiſica, e l' aſtrazione ſofiſtica.

L' ogetto della Geometria è metafiſico aſtratto, perche in quella ſi conſiderano punti, linee, e ſuperficie, ma è un ogetto, che ſi contiene dentro i limiti delle idee naturali, aſtratte a cagione, che ne' punti, nelle linee, e nelle ſuperficie vi ſi conſidera in aſtratto la quantità, ed in queſte vi ſi può conſiderare la quantità diviſibile, ed accreſcibile di numero all' infinito, conſiderando, e le linee, e le ſuperficie fino all' infinito diviſe, e fino all' infinito di numero accreſciute, coſe tutte, le quali ſono ogetti aſtratti della mente, ma ſono altresì ogetti, che ſi riſtringono entro i limiti del lume naturale aſtratto, a cagione che in quelli ſi

con-

conſidera ſempre la quantità in aſtratto.

Ma ſe all' incontro ſi voleſſe ſupporre per ipoteſi, che il zero, cioè il niente, foſſe coſa eſiſtente, e che produceſſe coſa ſino all' infinito, queſta ſarebbe, per mio avviſo, una idea aſtratta, e ſofiſtica, la quale ſarebbe tanto di ſopra al lume naturale, che andarebbe al di là de' limiti della Geometria, e quantunque ſembraſſe, che da queſta ipoteſi, ſe ne deduceſſero proprietà, io dubbito molto, che quelle proprietà, nelle quali ſi conclude poi per vero, che i zeri infiniti facciano coſa realmente eſiſtente, non ſiano verità ſofiſtiche, e non mai verità dimoſtrate con dimoſtrazione Geometrica, e metafiſica. Ma perche, ſiccome ho già detto, io non ho molto ſtudiato quei metodi, ne' quali ſi ſuppone per ipoteſi il niente come coſa eſiſtente, mi aſtengo dal diſcendere alla conſiderazione delle proprietà particolari di quelli, e mi baſta di aver conſiderata da metafiſico in aſtratto l' ipoteſi, che in quelli ſi uſa; mi vale però l' autorità del celebre Signor Cav. Iſac Nevuton, al quale quantunque ſi attribuiſca l' invenzione del metodo degli differenziali, e degl' integrali, con tutto ciò egli, al riferir del Signor Enrico Pemberton, confeſsò ch' era pentito di aver perduto ne' calcoli quel tempo, che avrebbe dovuto impiegare in conſiderare la vera, ed utile geometria d' Euclide, ne da queſta ſua conſiderazione vi eſcluſe il tempo, che avea impiegato nell' inventare il metodo de' differenziali, e degli integrali.

Così dunque a me ſembra, che l'utile, che ſi deve ricavare dalla Geometria, ſia quello di conſiderare in aſtratto la caratteriſtica del vero uno in ſe, ed in quanto al modo dell' eſſere, che nella Geometria ſi racchiude, per poi non mai dipartirſi da quello nelle meditazioni, che ſi fanno intorno agli univerſali, ed intorno a i particolari, perche ſe queſto ſi faceſſe, i Signori Geometri eſaminando le dimoſtrazioni, non dubitarebbero, che in quelle vi ſi racchiudeſſe qualche paralogiſmo a loro naſcoſto, perche conoſcendo eſſi il vero uno, ch' è l' eſſenza della dimoſtrazione, o conoſcerebbero ſubito il Paralogiſmo, o conoſcerebbero, che non ſi può in quella dimoſtrazione alcun Paralogiſmo cõtenere.

Se

Se questo si facesse, quei Geometri, che oppongono ad una Dimostrazione Geometrica non andarebbero brancolando di quà, e di là, commettendo mille errori, ora perche non seguono l'ipotesi dell'Autore, ora perche non conoscendo essi la forza della dimostrazione contro una medesima Proposizione additano varj, e diversi errori, ma in vece di ciò conoscerebbero, che siccome in Geometria il vero è uno, il Paragolismo non può esser altro che uno, ed in cõseguenza di ciò o additarebbero il Paragolismo, ovver riceverebbero per dimostrata la Proposizione, ed a cagion d'esempio: si farebbe in Geometria quell' istesso, che si fà nell' esaminare un calcolo aritmetico, nel quale se uno ha detto, che sette, e due fanno undeci, subbito se li risponde, che sette, e due fanno nove, or la cagione, per la quale son tenuti a ciò fare i Geometri è, perche l'essenza della dimostrazione Geometrica, consiste nell' essere una ordinata serie di Sillogismi astratti, e l'uno dall'altro dipendenti, dalla qual cosa ne avviene, che se uno di quei Sillogismi è falso, o in se, o perche non dipende dagli antecedenti, subbito l'esperto Geometra lo deve conoscere. Alla perfine il vero Geometra è quello, che sà dedurre dalla Geometria d'Euclide vera Logica, vera Metafisica, e vera Geometria, e che sà dedurre dalla Geometria le distinzioni, che si devono fare frà le dimostrazioni Geometriche, e metafisiche, e le dimostrazioni d'approssimazione all' infinito, e pratiche, e che sà distinguere le ipotesi metafisiche dalle sofistiche, le ipotesi metafisiche dalle fisiche, e sensibili. Ma questo sì fatto vero Geometra è solamente quello, che sà conoscere il vero Uno, e sà fare in tutti i particolari le vere, e giuste distinzioni. Il modo di profittare in questa guisa della Geometria penso, se l'amor proprio non m'inganna, di averlo insegnato nel trattato da me già accennato, che tengo quì inedito col titolo *Considerazioni Geometriche Logiche, e Metafisiche sù degli Elementi di Euclide*; ma perche alcuni Signori Moderni Geometri prendono ad ira, ed isdegno tutte quelle Invenzioni, le quali si fanno incontro alla dottrina, che seguono, mi astengo di pub-

pubblicarlo, e mi reſtringo ſolamente a difendere quelle vere, e ben dimoſtrate invenzioni, che già ho pubblicate.

Vogliamo ora riflettere intorno alla vera unione, che ſi deve porre frà la geometria, e la metafiſica, e dimoſtrare gli abagli, che prendono alcuni Signori moderni Geometri, i quali ſi vantano di ben unire la metafiſica alla Geometria.

Alcuni Geometri, che non intendono la Geometria da Metafiſici, come noi l'abbiam quì ſpiegata, ſono Geometri, i quali ſolamente intendono le dimoſtrazioni in virtù di un abito di mente, che hanno fatto, a leggere dimoſtrazioni, ma perche non mai intendono l'origine generale della dimoſtrazione, non mai ne conoſcono l'eſſenza, onde non hanno l'idea generale della dimoſtrazione applicabile a tutti i caſi particolari. Ora queſti tali Geometri intendono quelle dimoſtrazioni, sù delle quali hanno fatto abito di mente, e nelle coſe nuove ſi perdono; alcuni altri Geometri poi confondono nella lor mente l'ordine delle propoſizioni con le dimoſtrazioni geometriche, dalla qual coſa poi ne avviene, che dove vedono un' apparente ordine di dimoſtrazione geometrica, ſenza prima conſiderare la perfezione, o l'imperfezione dell' ipoteſi, e ſenza conſiderare la perfezione, o l'imperfezione delle dimoſtrazioni, ricevono per geometrici trattati, che non hanno alcuna delle perfezioni della dimoſtrazione Geometrica. Tutto a' noſtri dì ſi ſcrive sù l'aria della geometria, ma poche ſono le coſe, nelle quali vi ſi contenga la ſoſtanza della Geometria. I veri Geometri però ſono quelli Geometri metafiſici, i quali hanno formata nella lor mente quella caratteriſtica del vero in genere, la quale conſiſte nell' uno in se, e nell' uno in quanto al modo dell' eſſere, onde poi ſanno applicare l' idea univerſale, che hanno del vero, a tutti i particolari, che alla lor mente ſi rappreſentano. Gl' infelici Calcolatori Algebraici, poi non intendono alcuna ſpecie di dimoſtrazione, e ſolamente ricevono per dimoſtrazioni quelle, che deducono da' calcoli.

I Geometri metafiſici poi ſon quelli, che intendono la vera analiſi, perche come accoſtumati a vedere le verità nella loro origine, e nella loro eſſenza vedono la

natura di tutti i Problemi, e di tutte le invenzioni, che si parano d'avanti alla lor mente, ed in conseguenza di ciò usano la perfetta Analisi, a cagion che conoscendo essi la natura, e l'essenza del Problema, conoscono le proprietà, che quello deve avere; e perche hanno unita alla metafisica l'idea complessa delle proprietà d'Euclide, determinano agevolmente il modo di fare la dimostrazione sintetica all'analisi, che hanno fatta, analisi meditata però, e non calcolata, perche com' abbiam più volte detto, l'analitico calcolatore, e litterale, non è altro, che un infelice aritmetico prattico, il quale non è per lo più spesso ne geometra abituato alla dimostrazione, ne geometra metafisico; ed oltre a ciò i veri Geometri metafisici nelle ipotesi, che scielgono per le loro invenzioni, sanno distinguere quelle, che sono dentro i limiti dell'ogetto della geometria dalle ipotesi sofistiche, ed insussistenti, e sanno distinguere l'una, e l'altra ipotesi, dalle ipotesi tutte fisiche, e meccaniche.

Dopo queste considerazioni geometriche, e metafisiche, e queste distinzioni da noi fatte, nõ deve più recar meraviglia il vedere, che i Signori Geometri Cartesiani, i quali in vece di unire la geometria alla metafisica, l'unisco a i prattici calcoli, non abbiano alcuna idea della vera dimostrazione, ne deve recar meraviglia il vedere, che pongono tutte in un fascio le dimostrazioni geometriche, e metafisiche, le ipotetiche, sensibili, e pratiche, quelle d'approssimazione con quelle di unità di vero, ed alla perfine non deve recar meraviglia il vedere la geometria così guasta, e corrotta, come la vediamo in questo nostro tempo.

Ma egli non è già, che per queste mie utilissime riflessioni, ed utilissime distinzioni, che ho fatte, io mi lusinghi, che i moderni Geometri seguaci della Geometria Cartesiana debbano abbandonare i falsi metodi, che seguono, per seguire i veri metodi degli Antichi Geometri. Sò bene, che gli Uomini non si emendano da lor medesimi, anzi di più sò, che alcuni Professori continueranno a guastare le menti de i loro discepoli per propagare, per quanto ad essi sarà possibile, la loro falsa dottrina, sempre nascondendo a quelli le verità infallibili, ed inconcusse, che io ho dimostrate. Ma sò altresì,

tresì, ch' è legge eterna, che la verità, a lungo andare, almeno trionfi del falso, onde siccome io non posso sperare di vedere seguite in tempo di mia vita le mie Invenzioni, essi non possono sperare di evitar la vergogna, che loro arrecherà appresso i Posteri la falsa sapienza, che hanno seguita, ed i modi poco onesti, e sinceri, che hanno praticati a riguardo delle mie Invenzioni, ne possono fuggire dall' interno rancore, che loro apporta il sapere che vi sono anche nel Mondo de' viventi Geometri, i quali quantunque facciano silenzio, per non prender brighe con essi, conoscono bene gli errori de' miei Oppositori, e sanno, che alla mia Invenzione non v' è chi abbia trovata vera, e sussistente oppozizione. **In conseguenza dunque di queste mie riflessioni io dichiaro, che in tanto mi sono mosso a scrivere tanti libri, quanti sono quelli, che ho scritti intorno alla mia Invenzione, solamente a fine di salvar quella dalla persecuzione de' miei Contrarj, i quali si erano proposti** per fine di sepellirla nell' oblio, e di nasconderla anco a i posteri.

Per conseguenza poi di questo fine, che solo mi sono proposto, io dichiaro ancora, che non voglio prender più brighe con alcuno, a cagione di questa mia Invenzione; Imperciocche avendo io esperimentato nelle mie risposte a' miei Oppositori, che alcuni Signori moderni Geometri non han per costume di dichiararsi sodisfatti, quando loro convincentemente si risponde, sarebbe inutile cosa, che io rispondessi a certi tali, i quali, contenti solamente di mantenere il credito appò i loro Discepoli, facessero sembianza di sciogliere i miei quesiti, o bene, o male, che ciò facessero. Ricordo però a quei dolci di sale, che sono accostumati a giurare, come si suol dire, *in verba Magistri*, che essi, per conseguenza di quello, che ho dimostrato nell' antecedente mio Discorso Apologetico, devono al loro Maestro rispondere nel seguente modo. *All' Autore è presentemente impossibile il fare espressamente approvare la sua Invenzione per le forti ragioni, ch' egli ha addotte nel suo Ragionamento Apologetico: A voi all' incontro è facilissimo, perche tutti prenderanno a buon grado le vostre oppozizioni se quelle sono*

vere, e ſuſſiſtenti; trovate dunque Accademie, o Mattematici accreditati, che approvino le voſtre Oppoſizioni, o le ſoluzioni delle difficoltà, ſe volete, che preſtiamo fede alle voſtre aſſertive.

In queſto modo ſi deve riſpondere agli Oppoſitori d' oggi dì, per liberare i poveri Autori dalle noje, che loro danno gli oppoſitori men che ſinceri. Ma perche, ſiccome ho detto, è mio ſentimento di non far più parola intorno a queſta mia Invenzione, laſcierò di buon cuore, che i miei Contrarj ſe la intendono col Volgo, e frà tanto io, che voglio intendermela con i Mattematici ſinceri, e ſapienti, o almeno con i Poſteri, voglio anche fare un Avvertimento intorno al modo, col quale ſi devono leggere i miei libri, ed acciò ſi veda la ſincerità del mio animo, voglio ancora additare nel ſeguente Avvertimento alcuni errori, che in quelli ſi leggono, quali però non impediſcono la verità delle mie dimoſtrazioni.

AVVERTIMENTO

Intorno alle Opere da me pubblicate, e di alcune coſe in quelle accadute.

LA mia Duplicazione del Cubo ſi legge più in riſtretto, e più in breve, che nelle mie Opere Mattematiche, nel Libro da me diretto alla Regia Società d' Inghilterra, col titolo: *Duplicationis Cubi demonſtratio, &c.* Stampato in Venezia l'anno 1730. Nel Libro delle mie Opere Mattematiche poi ſtampato in Venezia l' anno 1722. vi poſſono eſſere occorſi alcuni equivoci alla materia non importanti a cagione della fretta, con la quale la compoſi, e per colpa ancora de' Copiſti; come per eſempio alle Conſiderazioni ſopra la parabola Apolloniana è corſo un errore, che non ſi può attribuire giuſtamente a me, quando ſi vede, che in tutto il rimanente delle mie Opere ho detto il contrario di quello, che ſi legge nell' accennato luogo; Alla pag. 15. ſi legge queſto falſo Aſſioma, cioè che *quello, che ſi trova in linea, ſi trova ſempre in numeri, e che quello, che ſi trova*

va in numeri non ſi trova ſempre in linea, la quai coſa ſi vede chiaramente, che non è mio ſentimento, perche in tutta la mia Opera ho aſſerito ſempre il contrario; onde credo, che ancorche io non lo aveſſi dichiarato, i Signori Geometri non mi avrebbero fatto il torto di crederlo mio ſentimento, quando ſi foſſero degnati di conſiderare la perizia in Geometria, che ho moſtrata nelle mie Opere. Molti altri equivoci poſſono eſſer accaduti in quelle diſertazioni; ma perche quelli non poſſono impedire, che la mia Invenzione non ſia vera, e ſuſſiſtente, quando le mie propoſizioni ſiano, come credo, ben dimoſtrate, non mi dò briga di additare quelli equivoci alla materia non importanti, i quali ſi poteſſero da qualche Critico Sofiſta andar cercando nelle mie Opere Mattematiche ſtampate l' anno 1722.

Nelle accennate Diſſertazioni poi intorno alla Geometria di Renato, ed intorno alla Parabola Apolloniana, che ſi leggono al Tomo primo delle mie Opere Mattematiche non vi ſi vedono così bene eſpreſſe le intime cagioni degli errori de' Moderni, come ſi vedono eſpreſſe alla pag.3. del tomo 2. delle mie opere Mattematiche, ove ho trattato delle dimoſtrazioni generali geometriche, e come ſi vedono aſſai meglio eſpreſſe nel Libro: *Duplicationis Cubi demonſtratio*, *&c.* e nell' antecedente Ragionamento intorno alla Geometria de' Moderni; onde il Lettore potrà in queſte da me accennate opere meglio, che nelle accennate due Diſſertazioni far giudicio delle mie Invenzioni.

Potrebbe ancora taluno dire, che l' impegno, che ho preſo nel tomo 2. delle mie opere Mattematiche, di dimoſtrare per i ſoli Elementi di Euclide la Duplicazione del Cubo, non foſſe perfettamente riuſcito; ed a queſto io riſpondo, che poſſo diffenderla, perche alla propoſizione prima pag.72. ſino alla pag.85. ho dimoſtrato, che ſe il luogo delle applicate non foſſe il mio rettilineo, niuna applicata caderebbe al punto eſtremo del ſuo quadrato; ed oltre a ciò ho anche dimoſtrato, che le differenze ſi diminuiſcono all' infinito, e poi ſvaniſcono in tutto. Ma ſe qualche Geometra non voleſſe ammettere le dimoſtrazioni della mia Duplicazione del Cubo

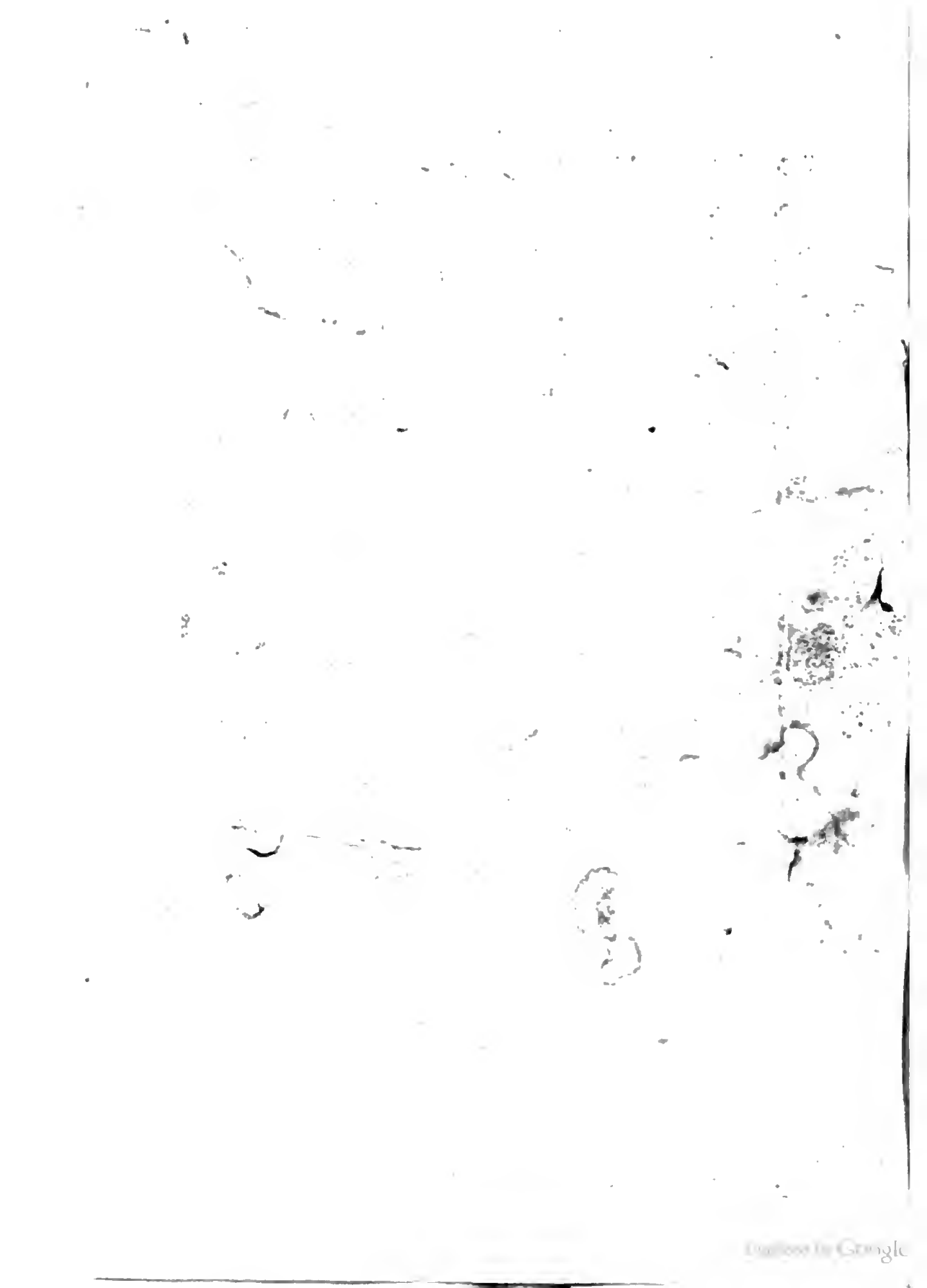
bo fatte per i ſoli Elementi di Euclide, le quali ſi leggono al tomo 2. delle mie opere mattematiche, legga le mie dimoſtrazioni fatte per Euclide, e per lo metodo degli indiviſibili nel tomo primo delle mie Opere Mattematiche, e al libro *Duplicationis Cubi demonſtratio*, alla pag. 22. legga la noſtra dimoſtrazione fatta per lo metodo degli indiviſibili, e leggaſi poi fino alla pag. 42. i calcoli aritmetici, con i quali abbiamo dimoſtrato, che le differenze ſi diminuiſcono all' infinito, e poi ſi riducono a nulla, perche ſe queſto tale Geometra ſarà ſincero amatore della verità, rimarrà convinto da tutte le mie dimoſtrazioni.

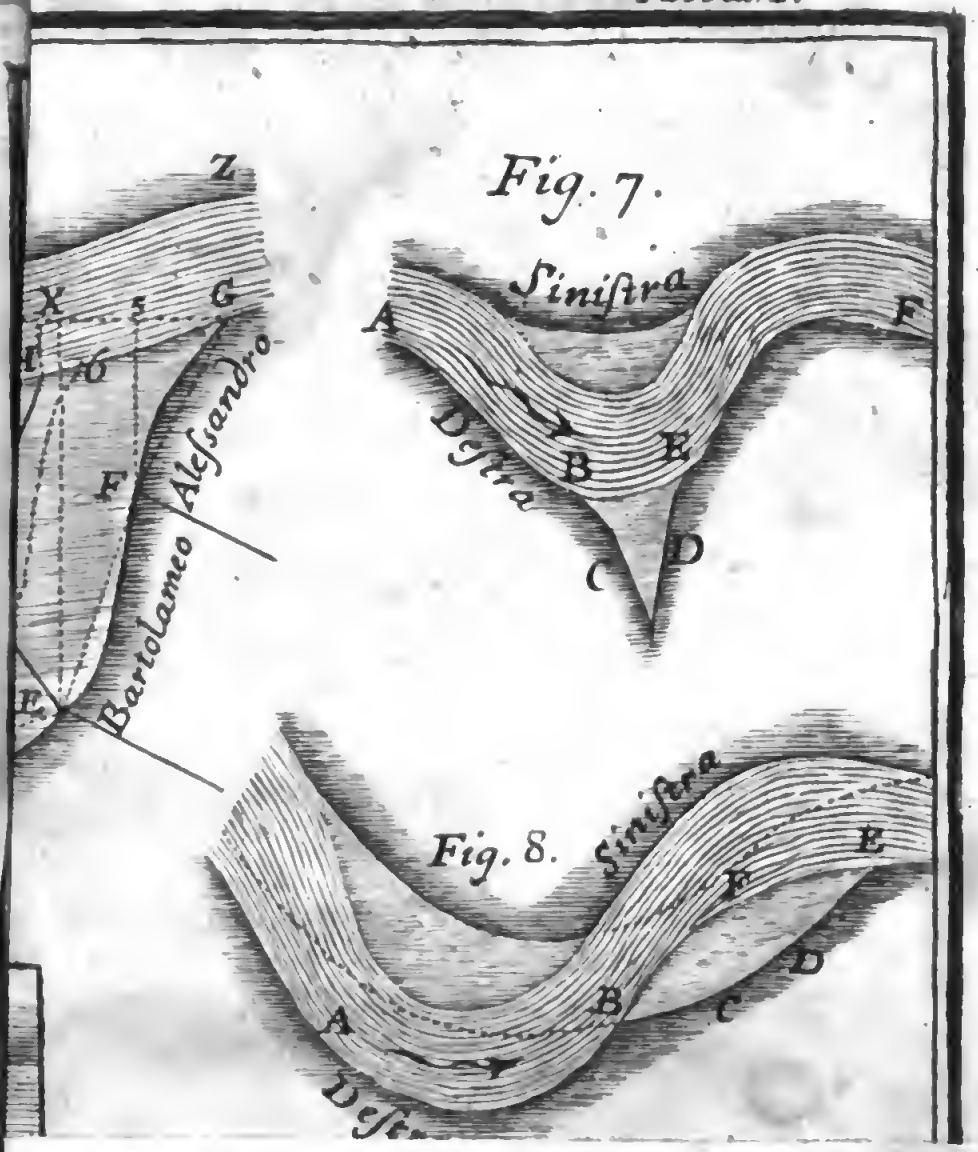
Io poi non mi vanto di avere il dono dell' infallibilità, onde ſe ſarò avvertito di qualche errore commeſſo, ſarò ſempre pronto ſinceramẽte a ritrattarmene. Ma ſe per avventura alcuni Signori moderni Geometri non voleſſero degnarſi di leggere le dimoſtrazioni contenute negli accennati miei Libri, li prego almeno di riſolvere le difficoltà da me fatte intorno al modo, col quale eſſi loro deſcrivono la Parabola, e poi decantano, che ſia geometrica la loro deſcrizione, perche al certo ſe non poſſono le mie difficoltà riſolvere, ogni uom oneſto deve confeſſare, che eſſi ſieguono falſa geometria, e poſcia ſon certo, che queſti tali ſtudiando la mia Invenzione la conoſceranno vera, e ſuſſiſtente, e per dirla in breve biſogna, che i Signori moderni Geometri miei Oppoſitori impugnino la coſtruzione del mio rettilineo, o le proprietà, che ho dimoſtrate aver quello, perche certamente ſe niuna delle accennate coſe poſſono eſſi impugnare, la loro deſcrizione in piano della Parabola, e le proprietà, che aſſegnano a quella, non ſi poſſono da eſſi ſoſtenere, e perche il mio rettilineo parabolico piano è il Cardine della mia Invenzione, la mia Duplicazione del Cubo non ſi può a buona ragione rifiutare da' Mattematici dotti, e ſinceri, quando le accennate mie propoſte Difficoltà non ſi riſolvano. Tutte queſte coſe però i Signori moderni Geometri poſſono frà eſſi eſaminarle, perche ſiccome ho detto, io non penſo più di far parola intorno a queſta mia Invenzione. *Claudite jam pueri rivos ſat prata biberunt.*

IL FINE.

615930

Pag.	Lin.	ERRORI	CORREZIONE
20.	34.	conſeguenza deve	conſeguenza di ciò deve
42.	10.	i termini	i Teoremi
46.	1.	più volentieri	più malvolentieri
66.	19.	quadrati incerti	quadrati intercetti
69.	20.	intercetta	intercetto
69.	26.	A I , ed H	A, I, ed H
70.	30.	determinanti	terminanti
74.	31.	ſodisfare i	ſodisfare a i
75.	27.	Arco N O P	Arco N Q P
76.	24.	$Qx\,3Z - 3^3$ — ovvero	$Qx\,3Z - Z^3$, ovvero
78.	13.	alla ſottenſa	alle ſottenſe




Z
X
G
A
F
Alessandro
Bartolameo
E
Fig. 7.
Sinistra
A
F
Destra
B
E
C
D
Fig. 8.
Sinistra
E
F
D
B
C
A
Dest

BIBLIOTECA NAZIONALE • ROMA

Tavola II

Parte sinistra
Fiume
G
Parte destra
Alluvione
V
F
H
G
B
E
I
Bertonico
L
A
Venzasca
M
N
R
Caso 8.°
Fig.a 12
B
G

BIBLIOTECA NAZIONALE - NAPOLI

Tavola III.

Agostino
Giuseppe
Fig. 3
K
O
Fiume
Isola
Giulio
C
B
Linea fluviale
T
D
N
Fiume
Giovanni
M
Pietro
I
Paolo

BIBLIOTECA NAZIONALE - NAPOLI

Digitized by Google

Tavola IV.

Fig. 5

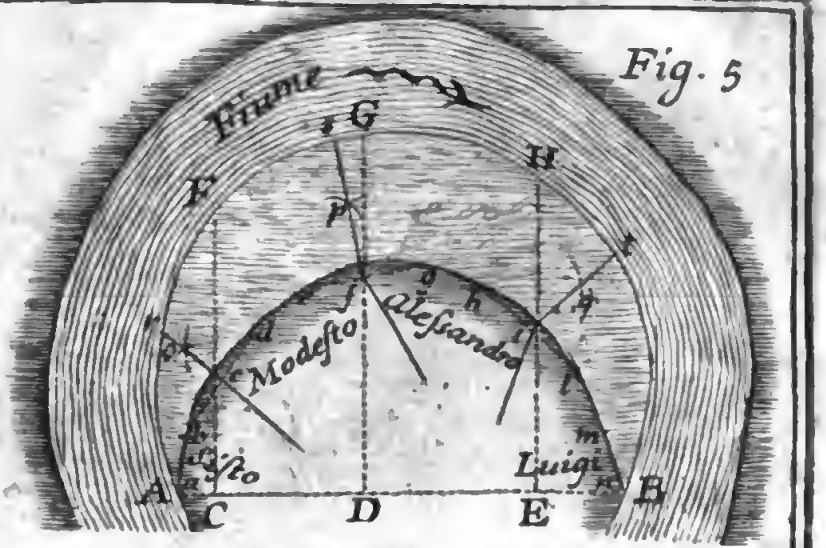
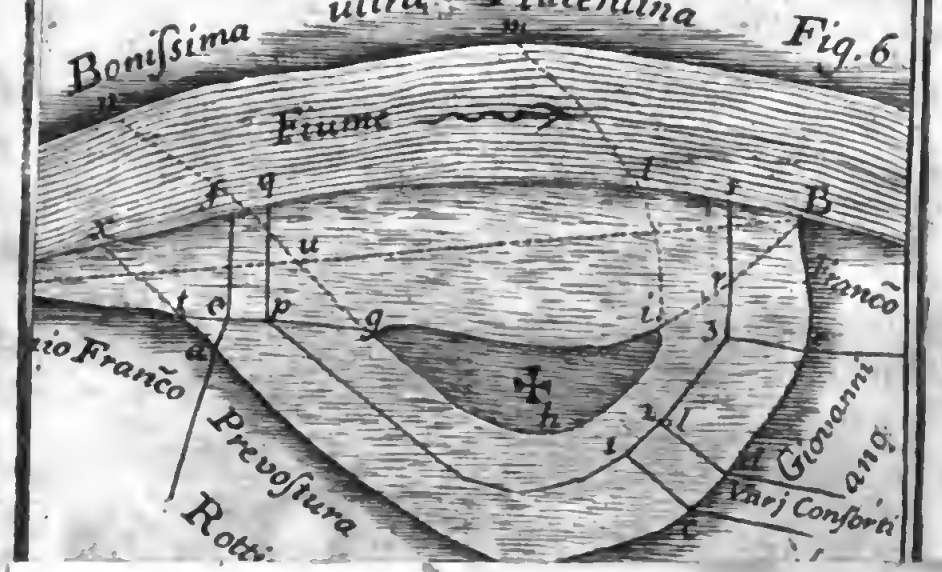
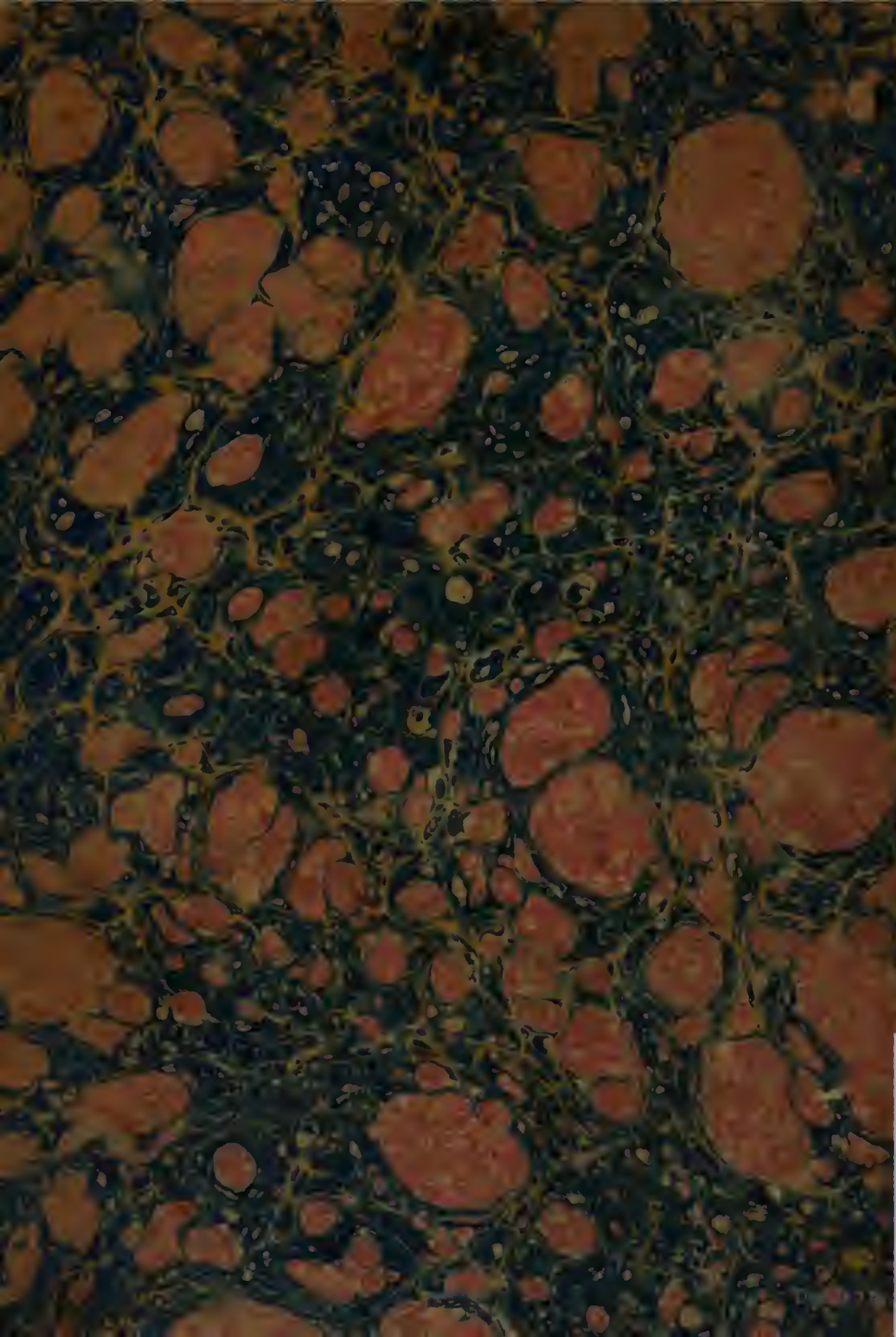


Fig. 6



Digitized by Google



BIBLIOTECA